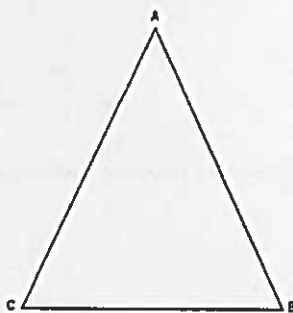


### Vinklar i en triangel.

En triangel är en geometrisk figur som har tre hörn. I vart och ett av hörnen har triangeln en vinkel och hörnen binds samman av tre sidor.



En viktig egenskap hos trianglar är att triangelns vinkelsumma är 180 grader.

Vinkelsumman får man genom att addera (= lägga ihop) triangelns tre vinklar.

#### Exempel

Två vinklar i en triangel är  $40^\circ$  och  $100^\circ$  grader. Hur stor är den tredje vinkeln ?

Svar ; Vinkelsumman =  $40^\circ + 100^\circ + x = 180^\circ \rightarrow x = 180^\circ - 40^\circ - 100^\circ = 40^\circ$

28) a) Två vinklar i en triangel är  $50^\circ$  och  $80^\circ$  grader. Hur stor är den tredje vinkeln ?

---



---

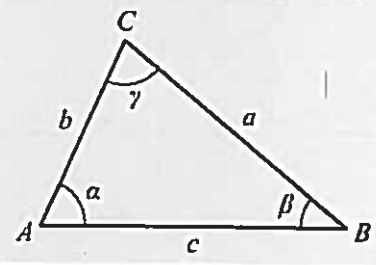
b) Två vinklar i en triangel är  $30^\circ$  och  $70^\circ$  grader. Hur stor är den tredje vinkeln ?

---



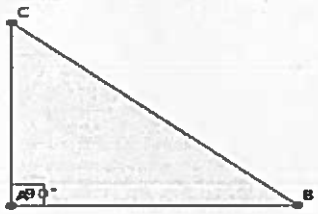
---

Beräkna vinkeln alfa om de andra är  $35^\circ$  och  $65^\circ$



## Rätvinklig triangel

En rätvinklig triangel är en triangel där en av vinklarna är en rät vinkel eller  $90^\circ$ .

|                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>I rätvinkliga trianglar är alltid den räta vinkeln den största vinkeln och summan av de båda andra vinklarna är <math>90^\circ</math>.</p> <p>I figuren är vinkeln i hörnet A den räta vinkeln och summan av vinklarna i hörnen B och C måste vara <math>90^\circ</math>.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### Exempel

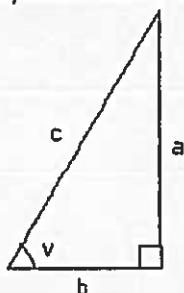
Ibrahim mäter en vinkel i en rätvinklig triangel till  $20^\circ$ . Hur stor är de andra vinklarna ?

$$\text{Vinkelsumma} = 20^\circ + 90^\circ + x = 180^\circ \rightarrow x = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

29.a) Ibrahim mäter en vinkel i en rätvinklig triangel till  $35^\circ$ . Hur stor är de andra vinklarna ? 2p

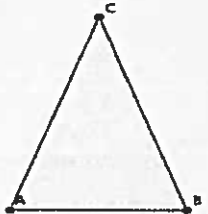
b) Ibrahim mäter en vinkel i en rätvinklig triangel till  $55^\circ$ . Hur stor är de andra vinklarna ? 2p

c) Beräkna den spetsiga vinkeln om  $v = 75^\circ$



## Likbent triangel

En likbent triangel är en triangel där två av sidorna är lika långa

|                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>Att två av sidorna i triangeln är lika långa innebär också att två av triangelns vinklar är lika stora.</p> <p>I figuren ovan är det vinklarna i hörnen A och B som är lika stora.</p> <p>De båda vinklarna i en likbent triangel som är lika stora, kallar vi <u>basvinklar</u>.</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### Exempel

I en likbent triangel är basvinkeln  $40^\circ$ . Hur stor är vinkeln i toppen av triangeln ? 2p

Svar ; Basvinkel innebär att två vinklar är lika stora  $\rightarrow$

$$\text{Vinkelsumma} = 40^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ \rightarrow x = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$

30. I en likbent triangel är basvinkeln  $52^\circ$ . Hur stor är vinkeln i toppen av triangeln ? 2p

---

b) I en likbent triangel är basvinkeln  $64^\circ$ . Hur stor är vinkeln i toppen av triangeln ? 2p

31. I en likbent triangel är vinkeln i toppen  $70^\circ$ . Hur stor är basvinklarna i triangeln ? 2p

---

b). I en likbent triangel är vinkeln i toppen  $40^\circ$ . Hur stor är basvinklarna i triangeln ? 2p

---

c). Beräkna vinklarna som saknas



## Skala

**Skala = bilden : verkligheten**

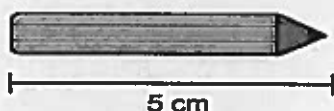
När du ritat av en häst är bilden inte lika stor som själva hästen. Man säger att hästen är avbildad i en skala.

En skala kan till exempel vara 1:10. Det innebär en förminskning. Det betyder att bilden är 10 gånger mindre än hästen..

1:10 uttalas "ett till tio". Det första talet motsvarar en viss längd av bilden (till exempel en centimeter) och talet till höger säger hur lång denna sträcka är i verkligheten.

### Exempel

Bilden av nedenstående penna är 5 cm. Den är avritad i skala 1:3. Hur lång är den i verkligheten?



En centimeter på bilden är alltså 3 i verkligheten. Det betyder att 5 centimeter är  $5 \cdot 3 = 15$  cm i verkligheten.

**Svar: 15 cm**

32. Fågelvägen mellan Göteborg och Helsingborg är ca 400 km.  
Hur långt blir avståndet på kartan om skalan är 1:200 000 ?

2p

---

b) Fågelvägen mellan Göteborg och Kungälv är ca 20 km.  
Hur långt blir avståndet på kartan om skalan är 1:50 000 ?

2p

33. En leksaksbil är avbildad i skala 1:50 och är 12 cm lång.  
Hur lång är bilen i verkligheten ?

2p

b) En leksaksbil är avbildad i skala 1:20 och är 25 cm lång.  
Hur lång är bilen i verkligheten ?

2p

#### Exempel

En blåval är 40 m lång. En modell av en blåval är 20 cm lång.

a) Hur många gånger längre är valen i verkligheten ?

Svar ; 40 m = 400 cm  $\rightarrow 400/20 = 20$  gånger större

b) I vilken skala är modellen gjord i ?

Skala = bild : verklighet  $\rightarrow$  skala 1 : 20

34. En blåval är 30 m lång. En modell av en blåval är 25 cm lång.

a) Hur många gånger längre är valen i verkligheten ?

2p

b) I vilken skala är modellen gjord i

1p

c) En man är 2,00 m lång. En modell av mannen är 12,5 cm lång.

I vilken skala är modellen gjord i ?

2p

#### Exempel

En 30 cm lång sjöhäst avbildas i skala 6:1. Detta innebär en förstoring. Det betyder att bilden eller modellen är sex gånger större än sjöhästen. Hur lång blir modellen av sjöhästen ?

Svar ; Skala = bild : verklighet = 6 : 1  $\rightarrow$  bild = 6 \* 30 cm = 180 cm

35. En 15 cm lång sjöhäst avbildas i skala 5:1. Hur lång blir modellen av sjöhästen ?

2p

b) En 20 cm lång person avbildas i skala 8:1. Hur lång blir modellen av personen ?

2p

36. En 2 cm lång insekt ska avbildas på en bild med längden 16 cm .

2Cp

Vilken skala ska användas ?

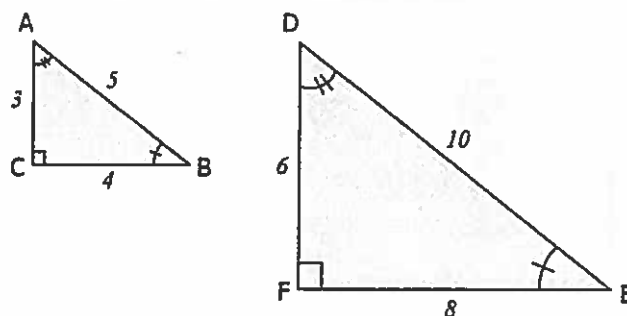
b) En 3 cm långt djur ska avbildas på en bild med längden 15 cm .

2Cp

Vilken skala ska användas ?

## Likformighet

Till exempel kan vi rita två trianglar, där den ena är den ursprungliga triangeln  $\triangle ABC$  och den andra är en avbildning  $\triangle DEF$  av den första triangeln i skala 2:1. (= dubbelt så stor)  
Då kan trianglarna se ut så här:



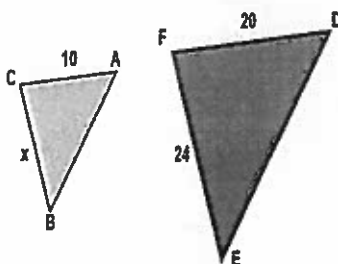
Vi kan se att varje sida i triangeln  $\triangle ABC$  har en motsvarande sida i triangeln  $\triangle DEF$ , som är dubbelt så lång. Vi kan också se att varje vinkel i triangeln  $\triangle ABC$  har en motsvarande vinkel i triangeln  $\triangle DEF$ , som är precis lika stor. Triangeln  $\triangle DEF$  är fyra gånger så stor som triangeln  $\triangle ABC$ .

De båda trianglarna har därför samma form, men olika storlek. När två trianglar (eller någon annan typ av månghörning) har samma form, men inte nödvändigtvis samma storlek, då säger vi att de båda figurerna är **likformiga**.

### Exempel

Bestäm längden på den okända sidan

De båda trianglarna  $\triangle ABC$  och  $\triangle DEF$  nedan är likformiga. Bestäm längden på sidan  $BC$ , som är markerad med  $x$ .



Lösningsförslag:

Eftersom de båda trianglarna  $\triangle ABC$  och  $\triangle DEF$  är likformiga, vet vi att förhållandet mellan motsvarande sidor är detsamma. Det innebär att det här sambandet gäller:

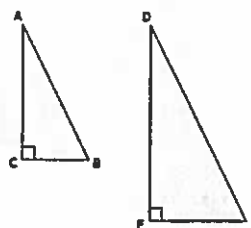
$$\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$

$$\frac{10}{20} = \frac{x}{24}$$

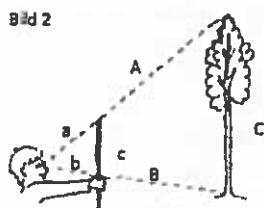
Nu har vi alltså med hjälp av förhållandet mellan motsvarande sidor i trianglarna kunnat teckna en ekvation. Denna ekvation kan vi lösa, för att ta reda på längden på sidan  $BC$ , som vi betecknat med  $x$ . Vi löser ekvationen:  $\frac{10}{20} = \frac{x}{24}$   
 $24 \cdot \frac{10}{20} = 24 \cdot \frac{x}{24}$   
 $24/2 = x$   
 $x = 12$

### Beräkna sidan

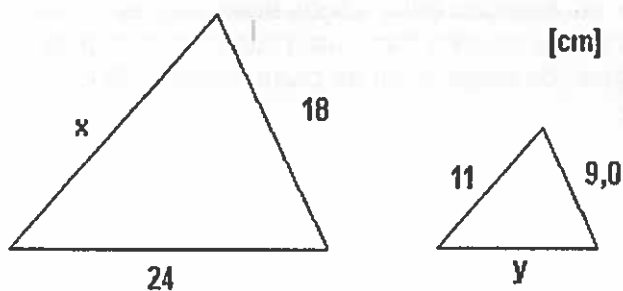
Trianglarna intill är likformiga.  
Du vet att  
 $AC = 5$   
 $BC = 7$   
 $DF = 15$   
 Beräkna längden av sidan  $FE$ .



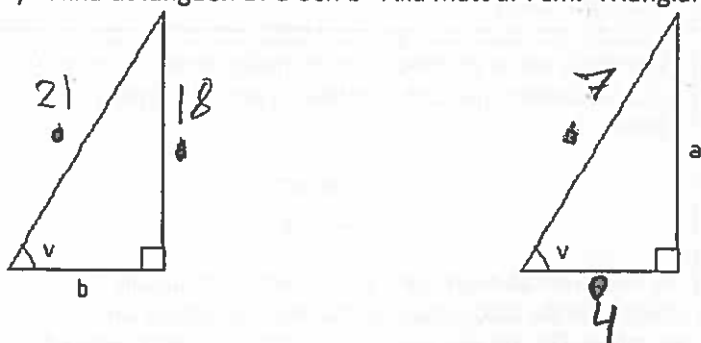
37. För att mäta höjden på ett träd kan man använda en pinne enligt figuren.  
Bestäm höjden  $C$ . om  $c = 0,6$  m. ,  $b = 0,5$  m och  $B = 3,0$  m , Trianglarna är likformiga.



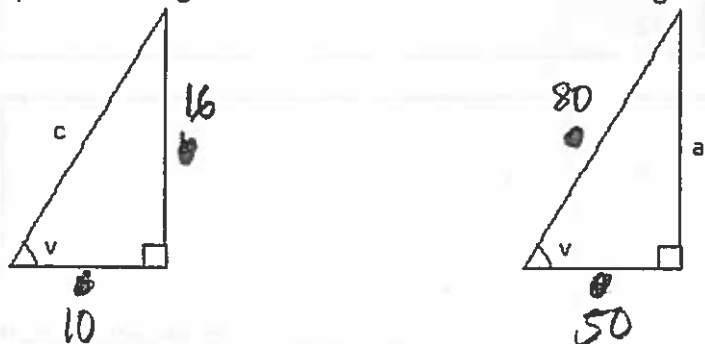
38. Räkna ut längden av  $x$  och  $y$  Alla mått är i cm. Trianglarna är likformiga.



- b) Räkna ut längden av  $a$  och  $b$  Alla mått är i cm. Trianglarna är likformiga



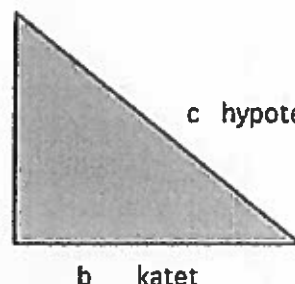
- c) Räkna ut längden av  $a$  och  $c$  Alla mått är i cm. Trianglarna är likformiga



# Pythagoras sats

För rätvinkliga trianglar finns det särskilda namn som man brukar använda för att benämna de olika sidorna.  
De båda sidor som möts i den räta vinkeln kallar vi **kateter**. Den återstående sidan kallar vi **hypotenusa**.  
I triangeln intill är därför sidan c den rätvinkliga triangelns hypotenusa, och sidorna a och b är triangelns kateter.

katet a



c hypotenusa

b katet

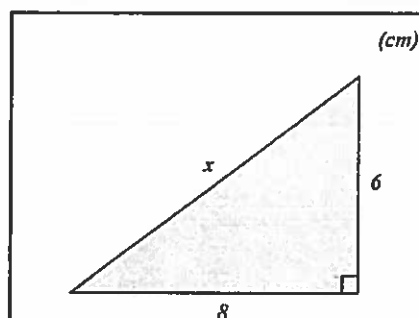
Pythagoras sats säger oss att det för varje rätvinklig triangel finns följande samband mellan längderna på triangelns sidor:

där a och b är längderna på kateterna, och c är längden på hypotenusan.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

## Exempel

Beräkna med hjälp av Pythagoras sats längden av sidan x



### Lösningsförslag:

I bilden ser vi att sidorna med längderna 6 respektive 8 cm möts i den räta vinkeln. Därför är dessa båda sidor den rätvinkliga triangelns **kateter**. Sidan med längden x cm måste då vara triangelns **hypotenusa**.

När vi nu vet vilka sidor som är kateter och vilken som är hypotenusa, kan vi använda oss av Pythagoras sats för att beräkna värdet på x:  $6^2 + 8^2 = x^2$

$$36 + 64 = x^2$$

$$100 = x^2$$

Enligt denna ekvation ska x multiplicerat med sig självt vara lika med 100. För att lösa ekvationen beräknar vi kvadratroten ur 100, vilket ju ger det tal som multiplicerat med sig självt blir

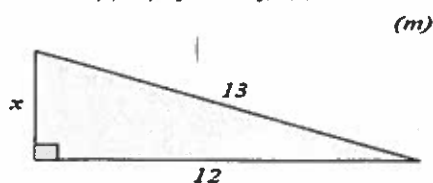
$$x = \sqrt{100} = 10$$

100.

38. Beräkna med hjälp av Pythagoras sats längden av sidan x

### Beräkna sidan x

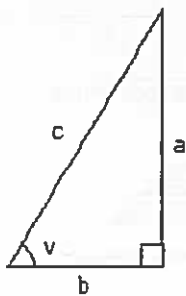
Beräkna med hjälp av Pythagoras sats längden av sidan x



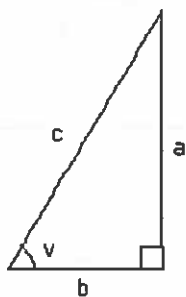
41. Hans mäter längden och bredden av ett rum till 8,5 m och 5,2 m.  
Hur lång är diagonalen om rummet har räta vinklar ?

42 Beräkna de sidor som saknas, svara med en decimal.

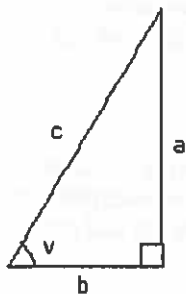
a)  $a = 4,0$  cm.  $b = 6,0$  cm



b)  $b = 4,0$  cm.  $c = 8,0$  cm



a)  $a = 4,0$  cm.  $b = 6,0$  cm



c)  $a = 7,0$  cm.  $c = 8,0$  cm

