

6 Geometri

A large Ferris wheel, the Singapore Flyer, dominates the background of the page. It is a massive circular structure with many passenger capsules. The sky is a clear, bright blue. In the foreground, there are some buildings and a body of water, likely Marina Bay. The overall scene is a vibrant, sunny day in Singapore.

Undrar hur långt
ett varv är?

När du är klar med kapitlet ska du kunna:

- Förstå och förklara olika begrepp inom geometri. Se skillnad på de olika begreppen och kunna ge exempel på när de används.
- Med säkerhet välja metod att lösa problem med.
- Kunna förklara hur du tänker när du löser uppgifter.
- Muntligt resonera kring olika uppgifter:
 - Håller du med om hur en uppgift är löst?
 - Finns det ett bättre sätt att lösa uppgiften?
- Känna dig bekant med olika problem som finns inom geometri. Med säkerhet kunna lösa de grundläggande problemen.



1. Gör enhetsomvandlingarna.

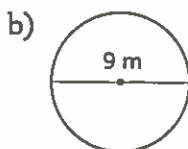
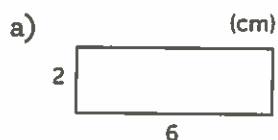
a) $650 \text{ cm} = \dots \text{ m}$

b) $2,1 \text{ km} = \dots \text{ m}$

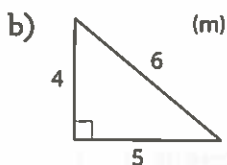
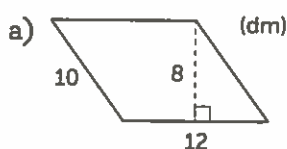
c) $7 \text{ dm}^3 = \dots \text{ liter}$

d) $45 \text{ liter} = \dots \text{ dm}^3$

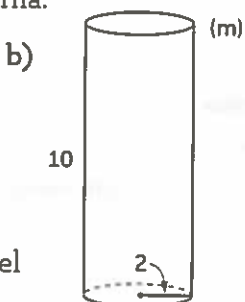
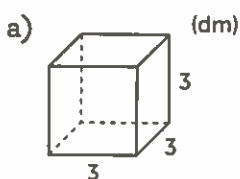
2. Räkna ut omkretsen av figurerna.



3. Räkna ut arean av figurerna.



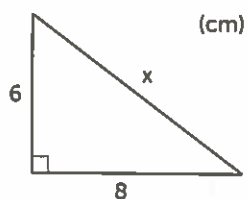
4. Räkna ut volymen av figurerna.



5. Två av vinklarna i en triangel är 24° och 85° .

Hur stor är den tredje vinkeln?

6. Räkna ut längden av sidan markerad med x.



7. En karta är ritad i skala 1:10 000.
Mellan två byar är det 4,3 cm på kartan.

Hur långt är avståndet i verkligheten?

Geometri

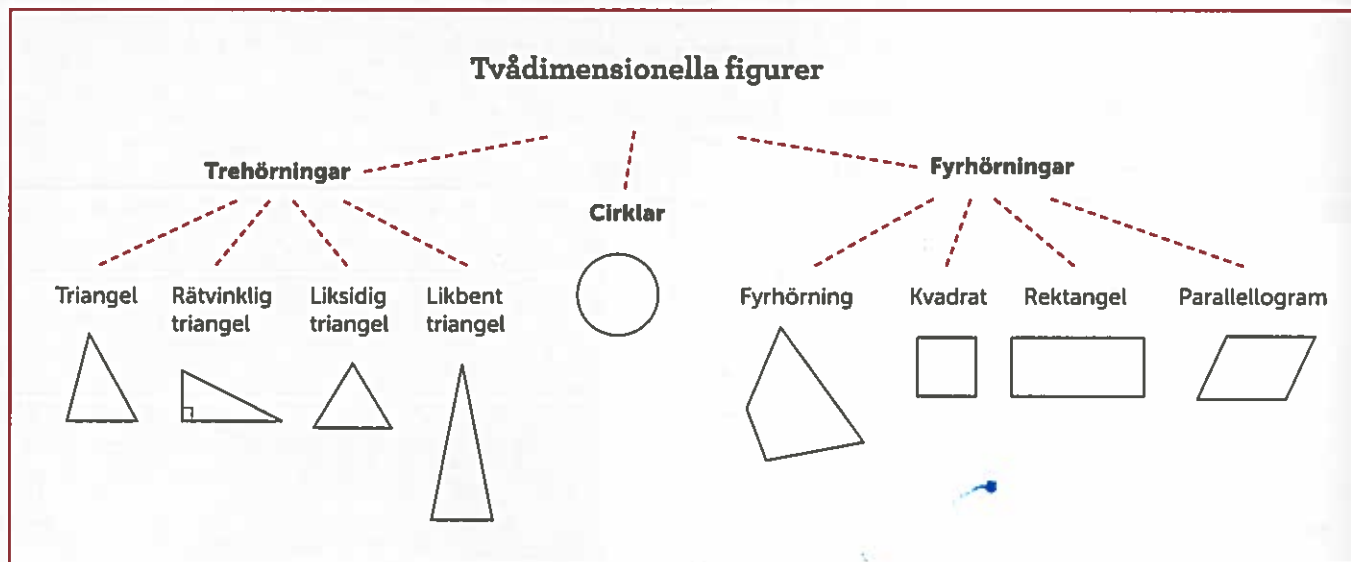
Vad heter figurerna?

När man pratar matematik
är det viktigt att alla använder samma språk.
Inom geometri ska du kunna namnen på olika figurer
och också veta hur de ser ut
och vad som utmärker dem.

Tvådimensionella figurer

Platta figurer är tvådimensionella.
De har 2 dimensioner, en längd och en bredd.
De är figurer som du kan klippa ut av papper.

Vi kommer att jobba med tre typer av tvådimensionella figurer:
trehörningar, fyrhörningar och cirkelar.

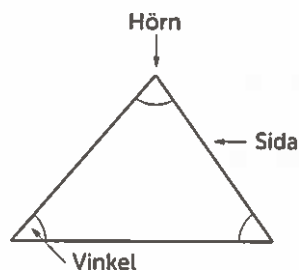


Sidorna i figurerna kan ha olika namn.
I rektangeln ser vi tre olika namn på sidorna.



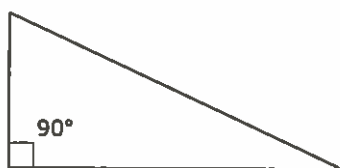
Trehörningar

Ett annat ord för trehörning är triangel.
Alla trianglar har tre hörn och tre sidor.
Varje hörn har en vinkel.
Man mäter vinklarnas storlek i enheten grader.



Här är tre speciella trianglar med egna namn:

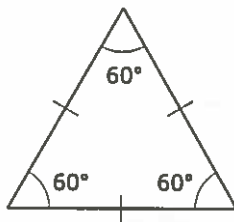
Rätvinklig triangel



En av vinklarna är rät, alltså 90° .
Man markerar den vinkeln med en fyrkant.

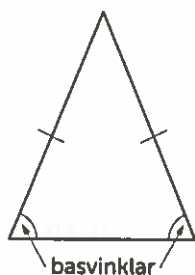
Liksidig triangel

Man markerar
lika långa sidor
med streck.



Alla sidor är lika långa.
Alla vinklar är lika stora,
de är 60° .

Likbent triangel



Två av sidorna är lika långa,
man kan säga att triangeln
har två lika långa ben.
Basvinklarna är lika stora.

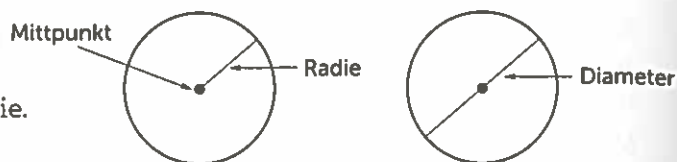
Cirklar

En cirkel har inga hörn eller sidor.

Den har en mittpunkt.

En linje från mittpunkten till kanten på cirkeln kallas radie.

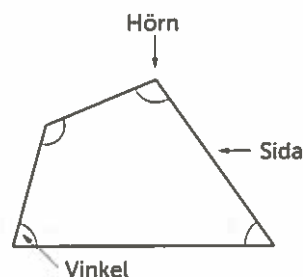
En linje från kant till kant
som går genom mittpunkten
kallar man för diameter.



Fyrhörningar

Alla fyrhörningar har fyra hörn och fyra sidor.

Här är tre speciella fyrhörningar med egna namn:



Kvadrat



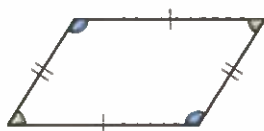
Alla sidor är lika långa.
Alla vinklar är räta, alltså 90° .

Rektangel



De långa sidorna är lika långa.
De korta sidorna är lika långa.
Alla vinklar är räta.

Parallelogram



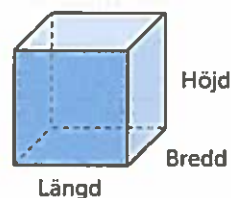
Är som en sned rektangel.
Vinklarna mitt emot varandra
är lika stora.

Tredimensionella figurer

Tredimensionella figurer har en bredd, en längd och en höjd. De är figurer du skulle kunna forma av lera.

Det finns många olika tredimensionella figurer.

Vi kommer att jobba med rätblock, cylinder, kon och klot.



Rätblock



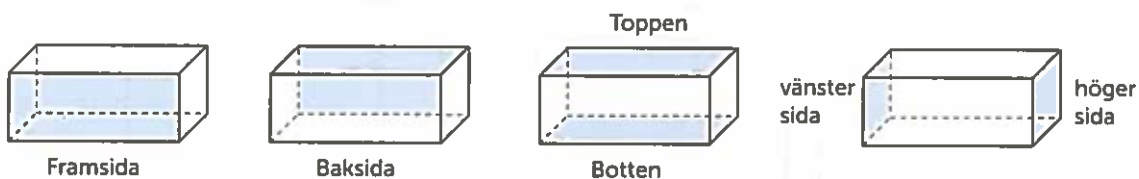
Ett rätblock är som en låda med sex sidor.

Sidorna är parvis lika stora:

Botten och toppen är lika stora.

Framsida och baksida är lika stora.

Vänster sida och höger sida är lika stora.



En kub är ett rätblock där längden, bredden och höjden är lika långa. Alla sidor har ytor som är lika stora.



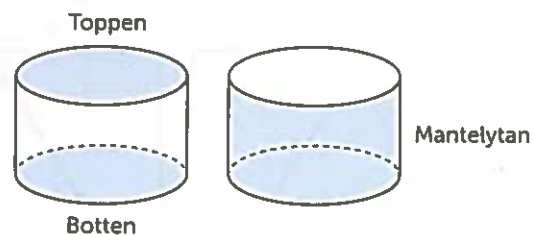
Cylinder



En cylinder är som en konservburk.

Toppen och botten är cirklar med ytor som är lika stora.

Den buktande ytan kallar man för mantelytan.

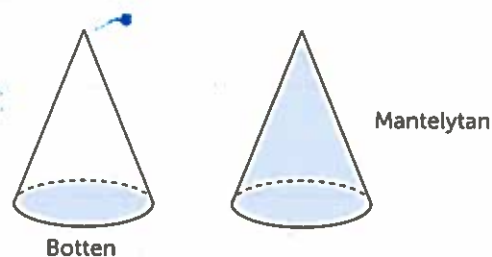


Kon

En kon är som en upp och nervänd strut.

Botten är en cirkel.

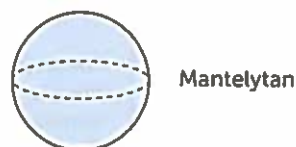
Den buktande ytan kallar man för mantelytan.



Klot

Ett klot är som en boll.

Klotets yta kallar man för mantelytan.



Så här ritas du de olika figurerna:

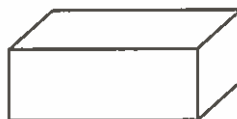
RÄTBLOCK



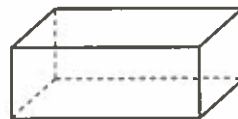
Rita en rektangel.



Rita in djupet.
Alla linjer ska vara lika
långa och luta lika
mycket.



Rita två linjer
så att det bildas en låda.



Rita in de kanter
man inte kan se
med streckade linjer.

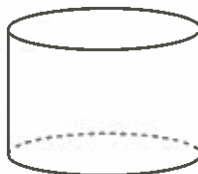
CYLINDER



Rita toppen på cylindern.



Rita in två lika långa linjer
som sidor.



Rita in botten.
Strecka den del
man inte kan se.

KON

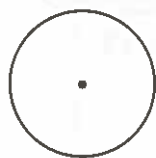


Rita sidorna på konen.
Tänk på att de ska vara
lika långa
och luta lika mycket.

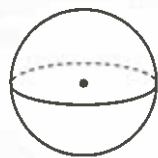


Rita in botten.
Strecka den del
man inte kan se.

KLOT



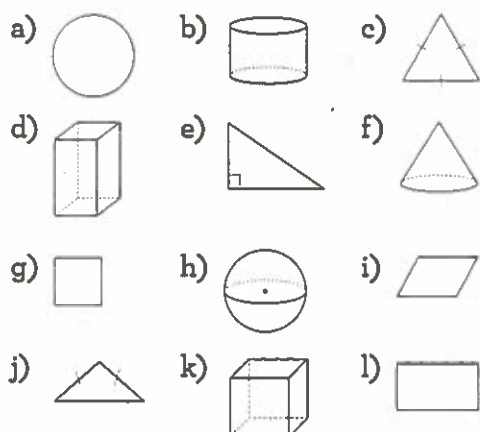
Rita en cirkel.
Markera mittpunkten.



För att få djup i klotet
ritar du in en linje runt
mitten av klotet. Strecka
den del man inte kan se.

Uppgifter

- 601 a) Rita en rätvinklig triangel.
b) Rita en likbent triangel.
- 602 a) Rita ett parallelogram.
b) Rita en rektangel.
- 603 a) Rita en cirkel och markera radien.
b) Rita en cirkel och markera diametern.
- 604 a) Hur räknar du ut diametern i en cirkel om du vet radien?
b) Hur räknar du ut radien i en cirkel om du vet diametern?
- 605 Rita två olika stora rätblock.
- 606 a) Rita en hög och smal cylinder.
b) Rita en låg och bred cylinder.
- 607 a) Rita en låg och bred kon.
b) Rita en hög och smal kon.
- 608 Rita ett klot och markera radien.
- 609 Vad heter figurerna?



Omkrets

Omkretsen talar om hur långt det är runt en figur.
Tänk dig att du lägger ett snöre runt en figur.
Snörets längd är omkretsen.

Längdenheter

När man mäter längder använder man olika längdenheter.

Kilometer (km)

1 km $\approx$



längden på landningsbanan

meter (m)

1 m $\approx$



bredden på dörren

decimeter (dm)

1 dm $\approx$



höjden på muggen

centimeter (cm)

1 cm $\approx$



bredden på till-fingret

millimeter (mm)

1 mm $\approx$



bredden på stiftet

1 km = 1000 m

1 m = 10 dm

1 dm = 10 cm

1 cm = 10 mm

Man kan ta enhetsstickan till hjälp när man omvandlar enheter.

km			m	dm	cm	mm
----	--	--	---	----	----	----

För varje steg åt höger
multiplikerar man med 10.
För varje steg åt vänster
dividerar man med 10.

Ex. Om vi ska omvandla från dm till cm tar vi 1 steg åt höger..

$$8,2 \cdot 10 = 82$$

$$7 \text{ dm} = 70 \text{ cm}$$

$$8,2 \text{ dm} = 82 \text{ cm}$$

km			m	dm	cm	mm
----	--	--	---	----	----	----

1 steg åt höger
betyder att vi
multiplikerar
med 10.

Ex. Om vi ska omvandla från m till km tar vi 3 steg åt vänster.

Vi dividerar
med 1000.
 $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

$$4000 \text{ m} = 4 \text{ km}$$

$$3700 \text{ m} = 3,7 \text{ km}$$

$$800 \text{ m} = 0,8 \text{ km}$$

km			m	dm	cm	mm
----	--	--	---	----	----	----

3 steg åt vänster
betyder att vi
dividerar med
1000.

km			m	dm	cm	mm
----	--	--	---	----	----	----

Uppgifter

610 Vi omvandlar från m till cm.

a) Hur många steg är det på enhetsstickan?

b) Ska du multiplicera eller dividera?

c) Hur många cm är 6 m?

611 Omvandla

a) 5 km = m b) 7 m = cm

c) 3 dm = mm d) 9 cm = mm

612 Omvandla

a) 7 000 m = km b) 300 cm = m

c) 1 000 mm = m d) 4 000 mm = dm

613 Omvandla

a) 500 m km b) 40 cm = m

c) 4,3 m = dm d) 0,3 km = m

614 Esma är 1,67 m lång
och Elliot är 165 cm lång.

Vem är längst?

615 Aishas steg är 68 cm långa.
Hon går en 3,7 km lång promenad.

Hur många steg tar hon?

Tänk på
enheter!

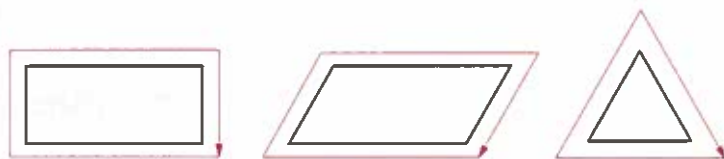
616 Eiffeltornet är 324 m högt.
Måns köper en nyckelring med Eiffeltornet.
Den är 3 cm hög.

Hur många gånger högre
är det riktiga tornet?



Omkretsen av en rektangel, parallelogram och triangel

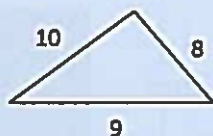
När figuren har raka sidor
adderar man längderna av alla sidor för att få omkretsen.



Ex. Vilken av figurerna har längst omkrets?



Rektangel: $4 + 7 + 4 + 7 = 22$ cm



Triangel: $10 + 8 + 9 = 27$ cm



Parallelogram: $5 + 7 + 5 + 7 = 24$ cm

Triangeln har den längsta omkretsen.

(cm)

Enheten

4:an är parallelogrammets höjd.
Den påverkar inte omkretsen
eftersom den ligger inuti figuren.

Hur gör vi om figuren inte ser ut
som en rektangel, ett parallelogram eller en triangel?

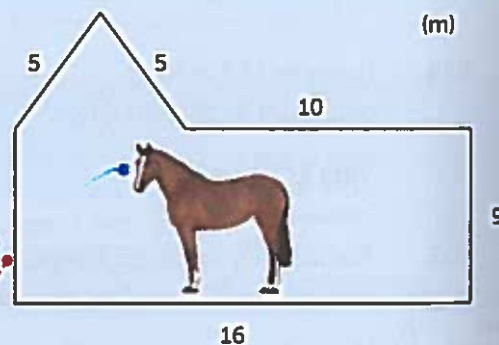
Ex. Man ska sätta upp ett staket runt hästhagen.
Hur långt staket behöver man?

Alla sidor i hagen är raka.

Vi räknar ut omkretsen genom att lägga ihop alla sidor.

Omkrets = $9 + 5 + 5 + 10 + 9 + 16 = 54$ m

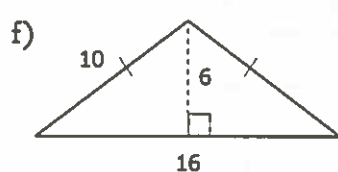
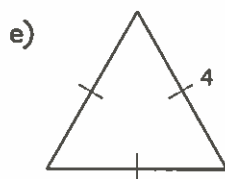
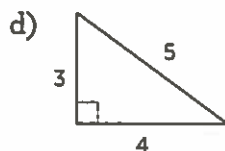
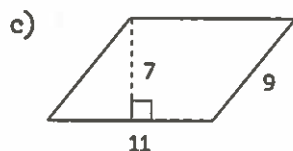
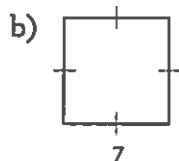
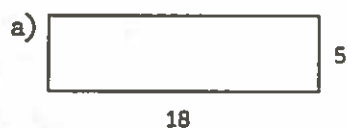
Man behöver 54 m staket för hästhagen.



Den här sidan
måste också
vara 9 m.

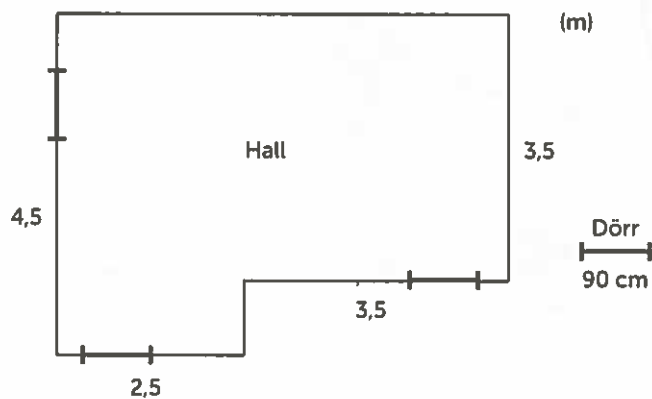
Uppgifter

- 617 Räkna ut omkretsen.
Alla mått är i cm.



- 618 Vilken figur har längst omkrets?
A: En kvadrat med sidan 16 cm.
B: En rektangel med sidorna 9 cm och 7 cm.
C: En triangel med sidorna 25 cm, 21 cm och 12 cm.

- 619 Helge ska sätta golvlist i hallen.



Räcker det om han köper 20 m golvlist?

- 620 En rektangel har längden 16 cm.
Omkretsen är 56 cm.
Vilken är rektangelns bredd?

Omkretsen av en cirkel

En cirkel har inga raka sidor.

Vi behöver ett annat sätt för att räkna ut omkretsen.

Kan vi hitta ett samband mellan omkretsen och diametern?

Vi mäter omkretsen och diametern på en klubba.

$$\frac{\text{Omkrets}}{\text{Diameter}} = \frac{28,3}{9} \approx 3,14$$

Omkretsen är lite mer än 3 gånger så lång som diametern.

Det här gäller för alla cirkelformade figurer.

Diameter = 9 cm

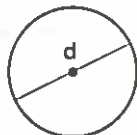
Omkrets = 28,3 cm



Talet som är lite mer än 3 kallar man pi.
Pi är en grekisk bokstav och skrivs π .

$$\pi = \pi \approx 3,14$$

För att räkna ut omkretsen på en cirkel
multiplicerar man diametern med pi.



$$\text{Cirkelns omkrets} = \pi \cdot d$$

De flesta miniräknare
har en π -knapp.

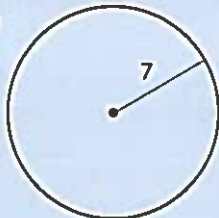
Ex. Vi räknar ut omkretsen.

a)



a) Omkretsen = $\pi \cdot 5 \approx 15,7$ cm

b)

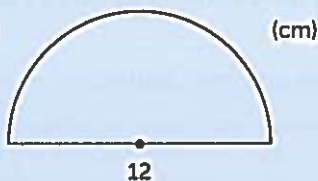


b) Vi behöver veta diametern istället för radien.

$$\text{Diametern} = 2 \cdot 7 = 14 \text{ cm.}$$

$$\text{Omkretsen} = \pi \cdot 14 \approx 44 \text{ cm}$$

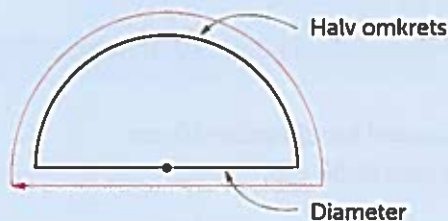
c)



c) Här behöver vi veta en halv omkrets
och sen lägga till diametern.

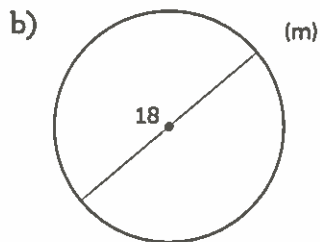
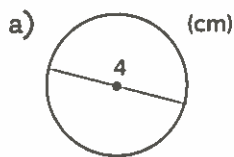
$$\text{Halva omkretsen} = \frac{\pi \cdot 12}{2} \approx 18,8 \text{ cm}$$

$$\text{Omkretsen} = 18,8 + 12 = 30,8 \text{ cm}$$

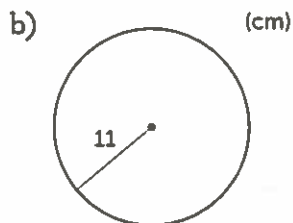
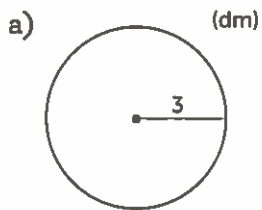


Uppgifter

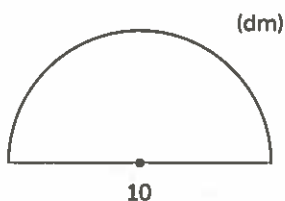
621 Räkna ut omkretsen.



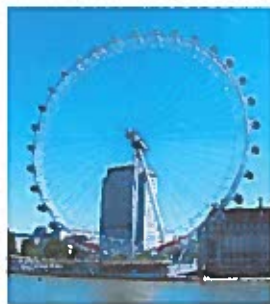
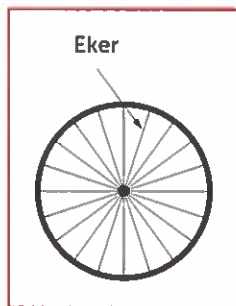
622 Räkna ut omkretsen.



623 Räkna ut omkretsen på halvcirkeln.

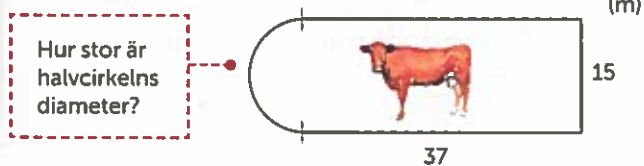


624 Milleniumhjulet i London heter London Eye. Ekrarna är 68 m långa.



Hur stor är omkretsen?

625 Hur mycket staket ska Haidar köpa?



Area

Alla tvådimensionella figurer har en area.

Sidorna som bildar omkretsen skapar en yta som kallas figurens area.

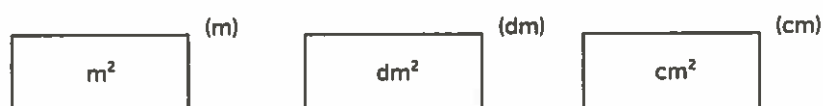
När vi räknar ut arean av olika figurer använder vi formler.

Areaenheter

Figurens längdenhet talar om vilken areaenhet man får.

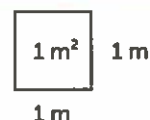
Om måtten är i meter blir areaenheten kvadratmeter.

Man skriver kvadratmeter m^2 .

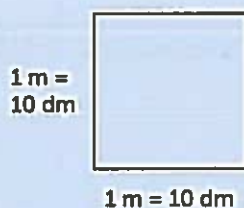


Vill man ha arean i kvadratmeter ser man till att räkna med meter.

Omvandla alltså enheterna innan du räknar ut arean av en figur.



Ex. Vi räknar med två olika enheter.

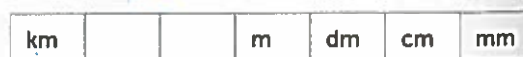


$$\text{Arean i } m^2 = 1 \cdot 1 = 1^2 = 1 m^2$$

$$\text{Arean i } dm^2 = 10 \cdot 10 = 10^2 = 100 dm^2$$

Det är 1 steg mellan m och dm på enhetsstickan. Men arean blir 100 gånger större.
 $10^2 = 100$
Upphöj till 2 när du omvandlar areaenheter.

När du ska omvandla areaenheter, kan du använda enhetsstickan som tidigare. Det du måste tänka på är att talet du ska multiplicera eller dividera med, ska vara upphöjt till 2.



Ex. Vi omvandlar $15 m^2$ till dm^2 .

Det är 1 steg åt höger från m till dm.

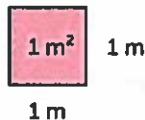
Vi ska alltså multiplicera med $10^2 = 100$.

$$15 m^2 = 1500 dm^2$$

Om du vill träna på omvandlingar med areaenheter kan du få uppgifter av din lärare.

Arean av en rektangel och parallelogram

Arean av en kvadrat med sidan 1 m är 1 m^2 .



Ex. Hur stor är arean av den här rektangeln?

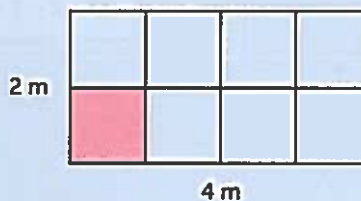
Den rosa kvadraten har arean 1 m^2 .

Hur många kvadrater finns i rektangeln?

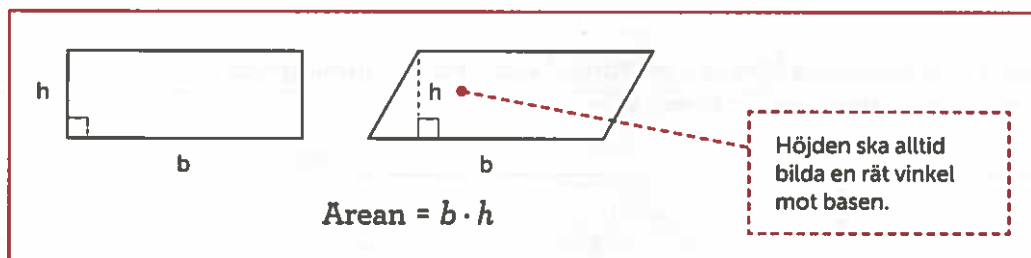
Vi har 4 kvadrater på en rad
och 2 rader.

$4 \cdot 2 = 8$ kvadrater. • basen · höjden

Arean är alltså 8 m^2 .



Man räknar ut arean av rektanglar och parallelogrammer genom att multiplicera basen med höjden.



Ex. Hur stor area har mattan?

Basen = 4 m

Höjden = 1,5 m

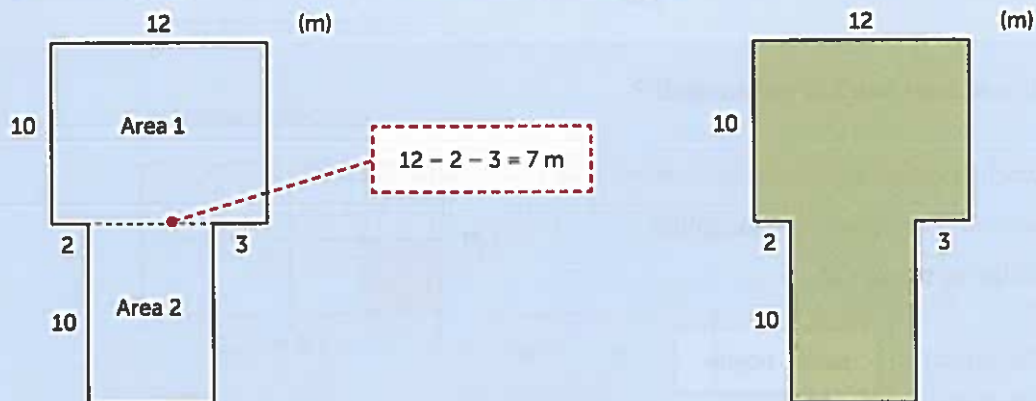
Arean = $b \cdot h$
 $= 4 \cdot 1,5 = 6 \text{ m}^2$

Mattans area är 6 m^2 .



Ex. Hur stor area har gräsmattan?

Vi delar upp gräsmattan så att vi kan räkna ut arean.



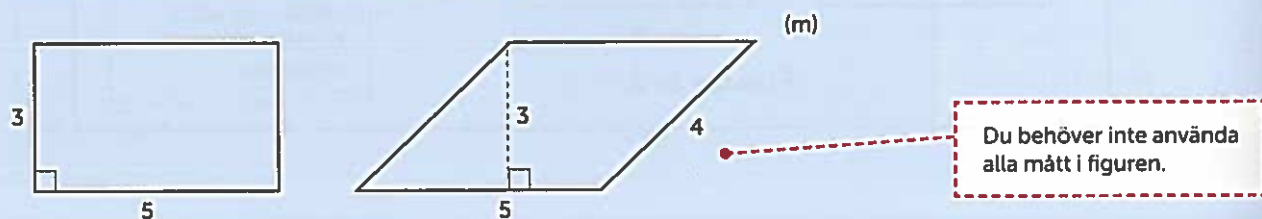
$$\text{Area 1} = 12 \cdot 10 = 120 \text{ m}^2$$

$$\text{Area 2} = 7 \cdot 10 = 70 \text{ m}^2$$

$$\text{Area 1} + \text{Area 2} = 120 + 70 = 190 \text{ m}^2$$

Gräsmattans area är 190 m^2 .

Ex. Om basen och höjden är lika i en rektangel och i ett parallelogram är areorna också lika. Varför är det så?



$$\text{Area rektangel} = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$$

$$\text{Area parallelogram} = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$$

Vi ritar in den andra höjden. Det bildas en triangel till höger om höjden.

→

Vi tar loss triangeln.

→

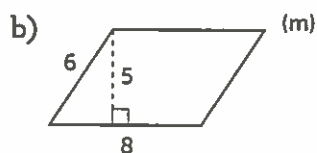
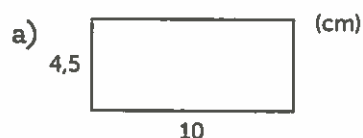
Vi flyttar triangeln till vänster om figuren.

→

Vi sätter ihop triangeln med figuren. Nu har vi fått en rektangel med basen 5 cm och höjden 3 cm.

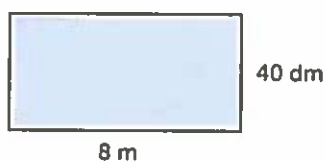
Uppgifter

626 Räkna ut arean.



627 Ida ska köpa ett skydd till poolen. Skyddet kostar 120 kr/m^2 .

I vilken enhet ska du räkna?



Hur mycket kostar skyddet?

628 En kvadrat har omkretsen 48 cm.

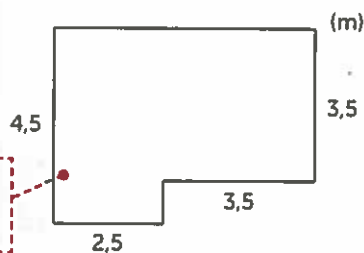
a) Hur lång är kvadratens sida?

b) Hur stor är kvadratens area?

629 Man kan räkna ut arean av en kvadrat om man vet omkretsen.

Kan man det med rektanglar också?

630 Klas ska lägga nytt golv i hallen.



Delat i figuren i 2 rektanglar.

a) Beräkna golvets area.

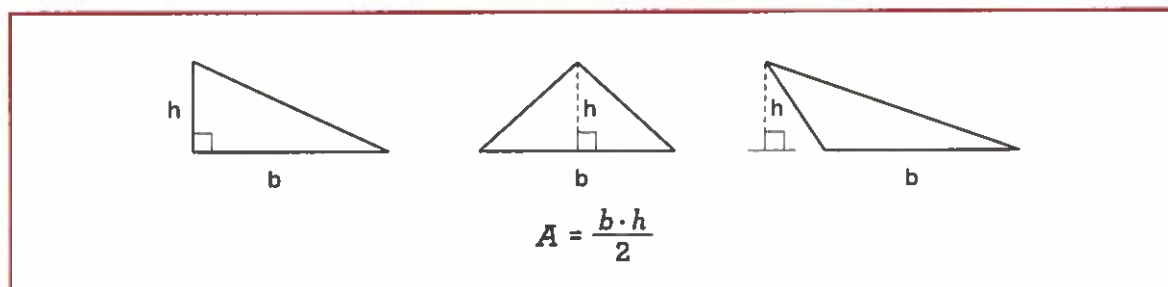
b) Vad kommer golvet att kosta om priset är 147 kr/m^2 ?

Arean av en triangel

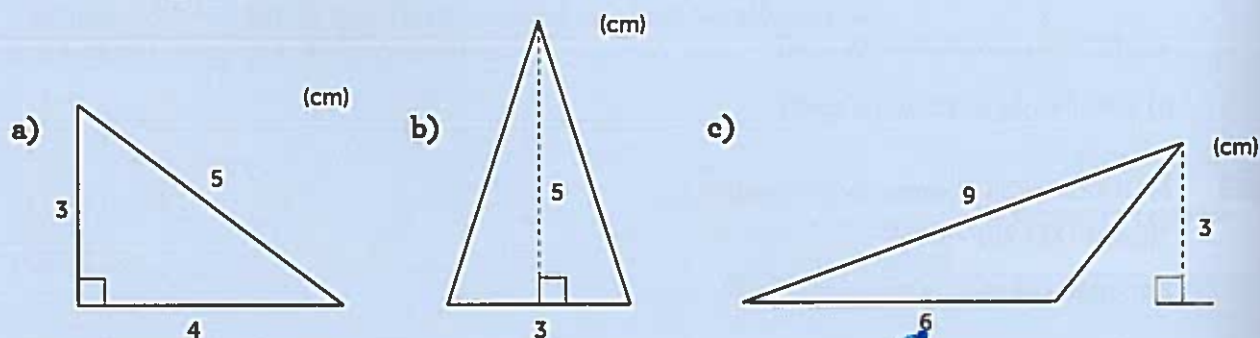
Man får fram olika typer av trianglar genom att halvera en rektangel eller ett parallelogram.



Arean av en triangel är alltså hälften av rektangelns eller parallelogrammets area.



Ex. Vilken triangel har störst area?



$$\text{a) } A = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

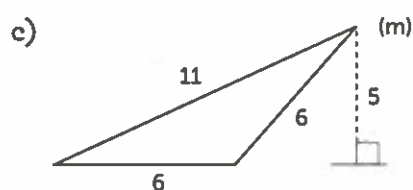
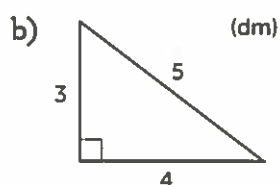
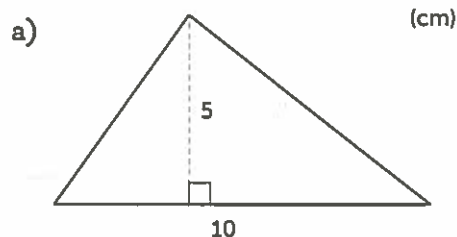
$$\text{b) } A = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{c) } A = \frac{6 \cdot 3}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

Triangeln i c) har den största arean.

Uppgifter

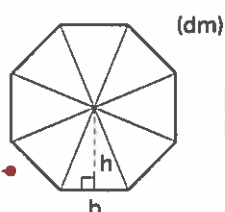
631 Räkna ut arean.



632 En triangel har basen 22 cm och höjden 5 cm.
Räkna ut arean.

633 Hur stor area har stoppskylten?

Hur många
trianglar
består
skylten av?



(dm)

$$b = 3,7$$

$$h = 4,5$$



634 Sidorna i en triangel
är 8 cm, 11 cm och 5 cm långa.
Höjden mot den längsta sidan är 3 cm.

Figuren
behöver
inte vara
skalenlig.

a) Rita en figur.

b) Hur stor area har figuren?

635 Fanny vet att arean av en triangel är 42 cm^2 .
Basen på triangeln är 12 cm.

Hur kan hon räkna ut höjden?

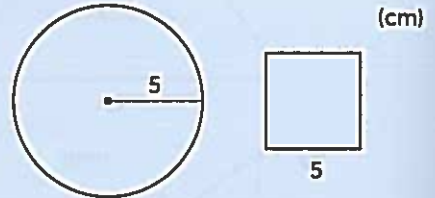
Areal av en cirkel

För att räkna ut arean av en cirkel
behöver vi kunna använda radien eller diametern.
Det finns ingen bas eller höjd i en cirkel.

Ex. Vi sågar ut en cirkel och en kvadrat ur en träskiva.
Både cirkelns radie och kvadratens sida är 5 cm långa.

En träbit med dubbelt så stor area som en annan
borde väga dubbelt så mycket.

Hur många gånger tyngre är cirkeln jämfört med kvadraten?



Vi väger bitarna.

Cirkeln väger 125,66 g
och kvadraten väger 40 g.

$$\frac{\text{Cirkelns vikt}}{\text{Kvadratens vikt}} = \frac{125,66}{40} \approx 3,14$$

3,14 = pi

Cirkeln är 3,14 gånger tyngre än kvadraten.

Cirkelns area är alltså pi gånger större än kvadratens.

Om vi kallar kvadratens sida r blir arean av den $r \cdot r = r^2$
Cirkelns area blir då π gånger r^2 .



Cirkelns area = $\pi \cdot r^2$

$\pi \approx 3,14$

Ex. Vi räknar ut arean.

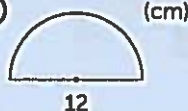
a)



b)



c)



a) Areal = $\pi \cdot 7^2 \approx 154 \text{ cm}^2$

b) Vi behöver radien = $\frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm}$.

Areal = $\pi \cdot 2,5^2 \approx 19,6 \text{ cm}^2$

c) Vi vill ha arean av en halvcirkel.

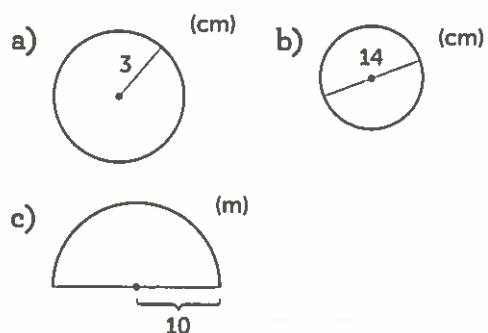
Radien är hälften av diametern, alltså 6 cm.

Areal = $\frac{\pi \cdot 6^2}{2} \approx \frac{113,1}{2} \approx 56,6 \text{ cm}^2$

Vi delar med 2 eftersom vi vill
ha arean av en halv cirkel.

Uppgifter

636 Räkna ut arean.



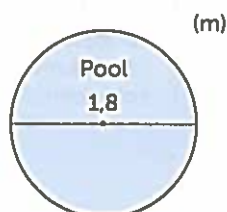
637 En pizza har radien 22 cm.

a) Räkna ut pizzans area.



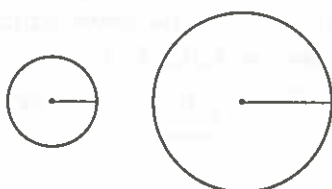
b) Tre personer delar lika på pizzan.
Hur många cm^2 får var och en?

638 Simon köper ett skydd till sin pool.
Skyddet kostar 120 kr/m^2 .



Hur mycket kostar Simons skydd?

639 En cirkel har dubbelt så stor radie
som en annan cirkel.
Är arean också dubbelt så stor?
Hitta på radien själv.

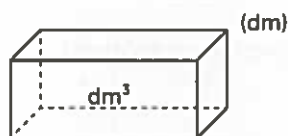
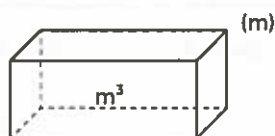


Volym

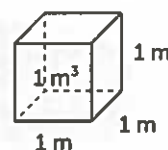
Volym är den mängd som får plats i en tredimensionell figur.
När vi räknar ut volymer av olika figurer använder vi oss av formler.

Volymenheter

Enheten på figurens mått talar om vilken volymenhet det blir.
Om måtten är i meter blir volymenheten kubikmeter.
Kubikmeter skriver man m^3 .



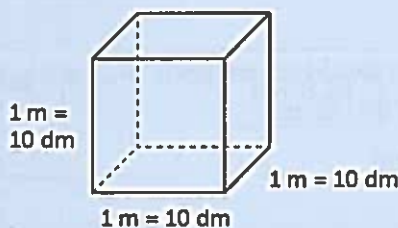
Vill man ha volymen i kubikmeter ser man till att räkna med meter.
Omvandla alltså enheterna innan du räknar ut volymen av en figur.



Ex. Vi räknar med två olika enheter.

$$\text{Volymen i } m^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 m^3$$

$$\text{Volymen i } dm^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000 dm^3$$



Det är 1 steg mellan m och dm på enhetsstickan. Men volymen blir 1000 gånger större. $10^3 = 1000$
Ta upphöjt till 3 när du omvandlar volymenheter.

När man räknar med volym använder man ofta enheten liter.
En liter är den mängd som får plats i en kub med sidan 1 dm.

Om du räknar med alla mått i dm får du svaret direkt i liter.



$$1 \text{ liter} = 1 dm^3$$

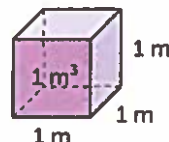
Om du ändå måste omvandla volymenheter kan du använda enhetsstickan.

km			m	dm	cm	mm
----	--	--	---	----	----	----

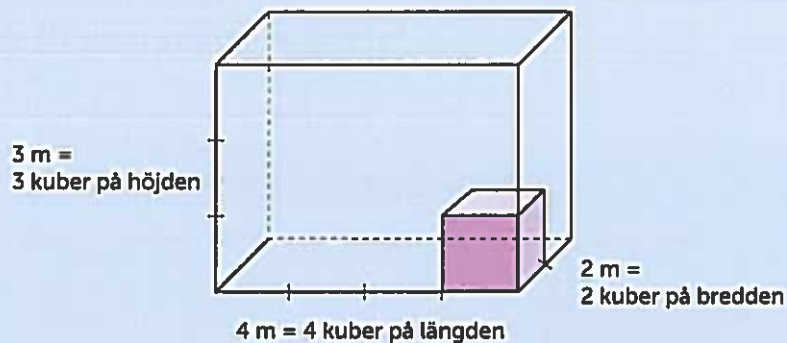
Om du vill träna på omvandlingar med volymenheter kan du få uppgifter av din lärare.

Volymen av ett rätblock

Volymen av en kub med sidan 1 m är 1 m^3 .



Ex. Hur stor är volymen av ett rätblock med längden 4 m, bredden 2 m och höjden 3 m?



Hur många kuber får plats i botten?

$4 \cdot 2 = 8$ kuber.

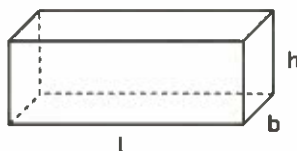
Hur många kuber får plats i rätblocket?

Det blir 3 lager med 8 kuber. Alltså $3 \cdot 8 = 24$ kuber.

Rätblockets volym är 24 m^3 .

Om vi multiplicerar längden med bredden får vi bottenarean.
Sen multiplicerar vi det med höjden för att få volymen.

$$\text{Volymen} = \underbrace{l \cdot b}_{\text{bottenarean}} \cdot h$$



l = längden
b = bredden
h = höjden

Ex. Kan Heidi hålla 2 liter vatten i sin ugnform?

$$\text{Volymen} = 2,5 \cdot 1,5 \cdot 0,5 = 1,875 \text{ dm}^3$$

$$1,875 \text{ dm}^3 = 1,875 \text{ liter}$$

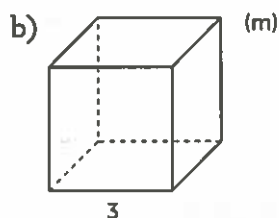
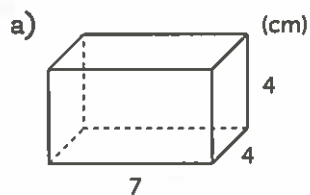
Nej, hon kan inte hålla 2 liter i formen.



$$1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3$$

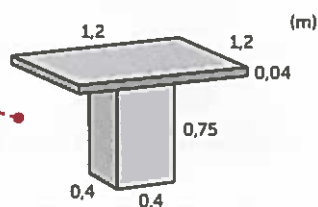
Uppgifter

640 Räkna ut volymen.



641 Hur många kubikmeter betong behöver man för att gjuta bordet?

Räkna först ut fotens och skivans volym. Lägg sen ihop volymerna.



- 642 a) Vilken enhet vill du ha på sidorna för att få ut svaret i liter?
- b) Skriv om sidornas längder i den enhet du valt i a).
- c) Räkna ut kylväskans volym i liter.



643 Ett akvarium har måtten $120 \times 40 \times 50$ cm.
Hur många liter vatten rymmer det?

Volymen av en cylinder

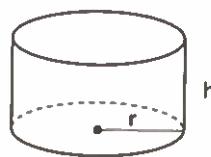
När vi räknar ut volymen av en cylinder gör vi på liknande sätt som med rätblocket.

Först räknar vi ut bottenytans area.
Sen multiplicerar vi den med höjden.

Bottenytan är en cirkel.

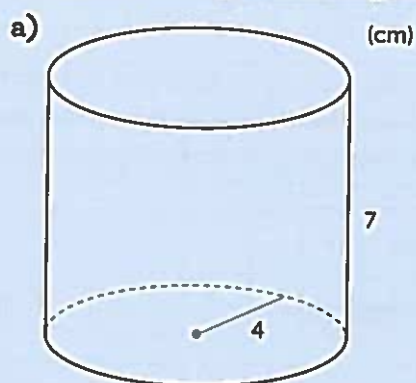
Formeln för arean av en cirkel är $\pi \cdot r^2$.

$$\text{Volymen} = \underbrace{\pi \cdot r^2}_{\text{bottenarean}} \cdot h$$

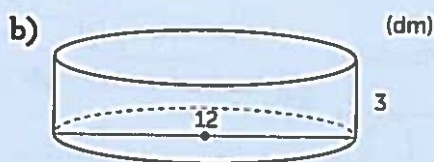


r = radien
 h = höjden

Ex. Vi räknar ut volymen av några cylindrar.



a) Volymen = $\pi \cdot 4^2 \cdot 7 \approx 352 \text{ cm}^3$



b) Radien är halva diametern, alltså 6 dm.

Volymen = $\pi \cdot 6^2 \cdot 3 \approx 339 \text{ dm}^3$

Ex. Hur många liter kan man hälla i tunnan?

Vi vill ha svaret i liter.

Därför gör vi om måtten till dm.

$h = 875 \text{ mm} = 8,75 \text{ dm}$

$d = 540 \text{ mm} = 5,4 \text{ dm}$

Radien är halva diametern, alltså $r = 2,7 \text{ dm}$.

Volymen = $\pi \cdot 2,7^2 \cdot 8,75 \approx 200 \text{ dm}^3$

$200 \text{ dm}^3 = 200 \text{ liter}$

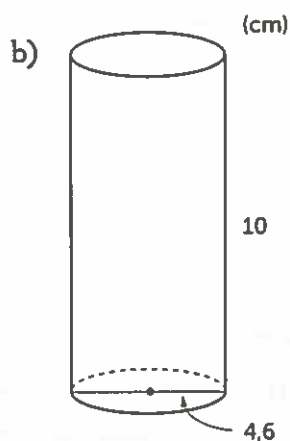
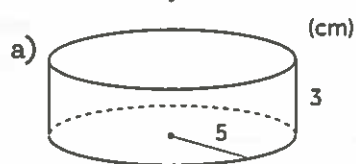
Man kan hälla 200 liter i tunnan.

1 liter = 1 dm^3

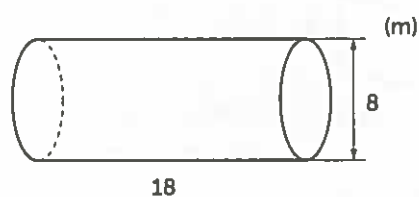


Uppgifter

644 Räkna ut volymen.



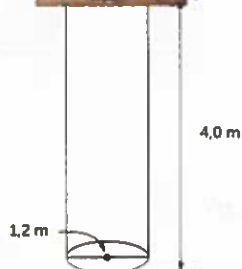
645 Vilken volym har cylindern?



646 En brunn har diametern 1,2 m och djupet 4 m.

a) Hur många kubikmeter vatten rymmer brunnen?

b) Hur många liter vatten rymmer brunnen?

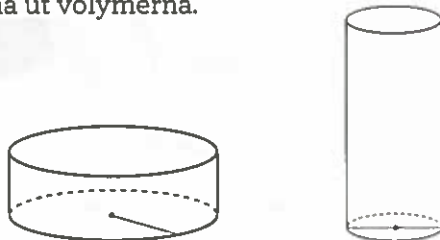


647 Den höga cylindern är dubbelt så hög som den låga. Den låga cylindern har dubbelt så stor diameter som den höga.

a) Vilken cylinder tror du har den största volymen?

b) Hitta på passande mått på cylindrarna.

c) Räkna ut volymerna.



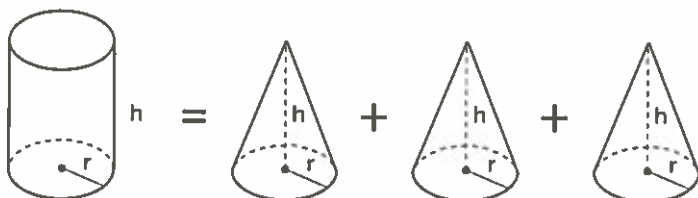
Volymen av en kon

Precis som cylindern har konen en cirkelformad bottenyta.

Skillnaden är att konen slutar i en spets.

Det gör att volymen blir mindre.

Om en cylinder och en kon har samma höjd och samma radie är cylinderns volym 3 gånger större än konens.



För att räkna ut volymen av en kon räknar man som med cylindern.

Men man avslutar med att dividera med 3

eftersom konens volym är 3 gånger mindre än cylinderns.

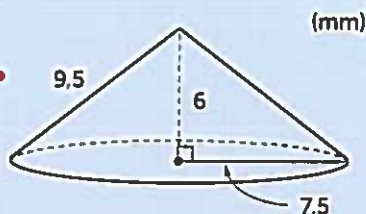
bottenarean

$$\text{Volymen} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$r = \text{radien}$
 $h = \text{höjden}$

Ex. Vilken volym har konen?

5 mm är sidans längd.
höjden är 6 mm.



$$\text{Volymen} = \frac{\pi \cdot 7,5^2 \cdot 6}{3} \approx \frac{1060,3}{3} \approx 353 \text{ mm}^3$$

Volymen är 353 mm³

Ex. En tipi är ett konformat tält. Hur många liter luft är det i tältet?

Vi gör om enheterna till dm.

$$h = 5 \text{ m} = 50 \text{ dm}$$

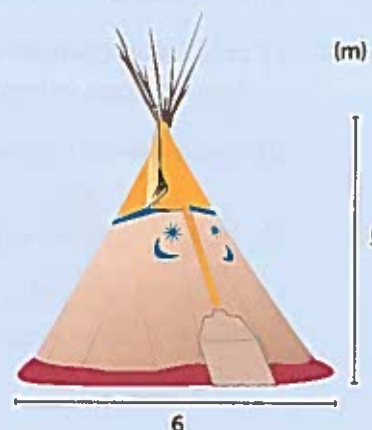
$$d = 6 \text{ m} = 60 \text{ dm}$$

$$r = \text{halva diametern} = 30 \text{ dm}$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ liter}$$

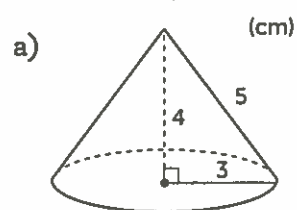
$$\text{Volymen} = \frac{\pi \cdot 30^2 \cdot 50}{3} \approx \frac{141372}{3} \approx 47124 \text{ dm}^3$$

Det är ungefär 47 000 liter luft i tältet.

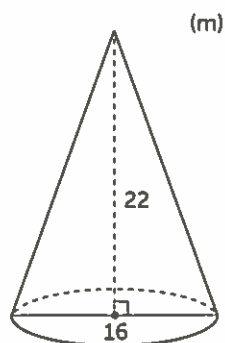


Uppgifter

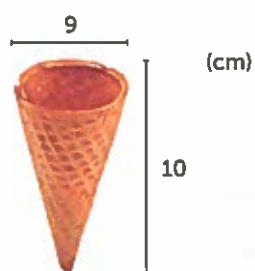
648 Räkna ut volymen.



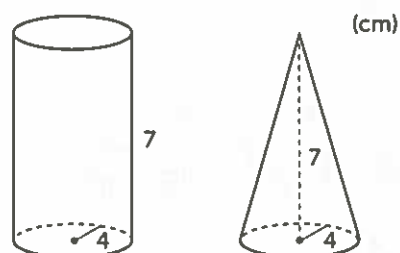
b)



649 Räkna ut glasstrutens volym.



650 En kon och en cylinder har samma radie och höjd.



- Räkna ut konens volym.
- Räkna ut cylinderns volym.
- Hur många gånger större är cylinderns volym?
- Kan du se det i formeln för konens volym?

651 a) Räkna ut glasets volym i liter.

b) Till hur många glas räcker 1,5 liter lemonad?



Volymen av ett klot

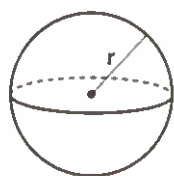
Formeln för klotets volym är speciell.

Man behöver komplicerad matematik för att kunna förklara den.

Man behöver veta klotets radie

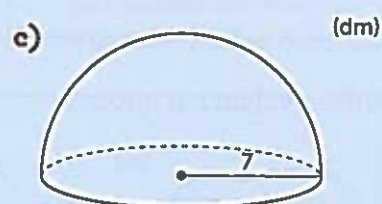
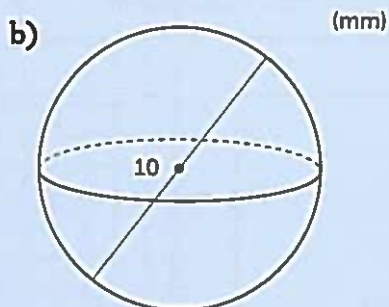
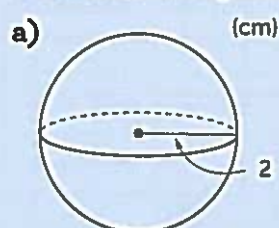
för att kunna räkna ut klotets volym.

$$\text{Volymen} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$



$r = \text{radien}$

Ex. Vi räknar ut volymen.



a) $\text{Volymen} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 2^3}{3} \approx \frac{100,5}{3} \approx 34 \text{ cm}^3$

b) $r = \text{halva diametern} = 5 \text{ mm}$

$$\text{Volymen} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 5^3}{3} \approx \frac{1570,8}{3} \approx 524 \text{ mm}^3$$

c) För att få volymen av ett halvklot räknar man ut volymen för ett helt klot och halverar.

$$\text{Volymen för hela klotet} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 7^3}{3} \approx \frac{4310,3}{3} \approx 1437 \text{ dm}^3$$

$$\text{Volymen för halvklotet} = \frac{1437}{2} \approx 719 \text{ dm}^3$$

Ex. Hur många liter vatten får plats i en fotboll?

$r = \text{halva diametern} = 11 \text{ cm} = 1,1 \text{ dm}$

$$\text{Volymen} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 1,1^3}{3} \approx 5,6 \text{ dm}^3$$

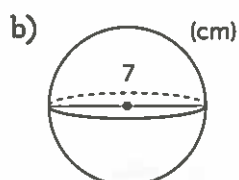
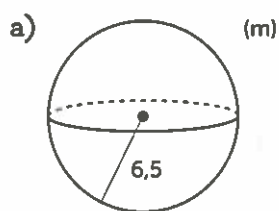
$$5,6 \text{ dm}^3 = 5,6 \text{ liter}$$

5,6 liter vatten får plats i en fotboll.

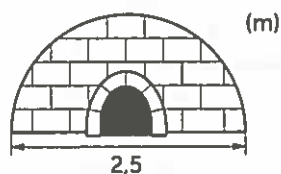


Uppgifter

652 Räkna ut volymen.



653 En igloo är formad som ett halvklot.
Vilken volym har igloon?



654 a) Den tioarmade jättebläckfiskens öga
är 27 cm i diameter.

Räkna ut volymen.

b) Människans öga är 2,5 cm i diameter.

Räkna ut volymen.



c) Hur många gånger större volym
har jättebläckfiskens öga
jämfört med människans öga?

655 Felix rullar köttbullar.
Han har 0,5 liter smet.
Varje köttbulle har diametern 4 cm.

Hur många köttbullar blir det av smeten?

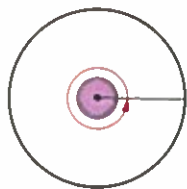
Vinklar

Mäta vinklar

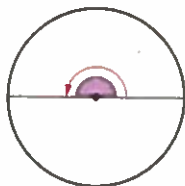
För att mäta hur stor en vinkel är använder man en gradskiva.

I kapitel 3 använde du en gradskiva för att rita vinklar.

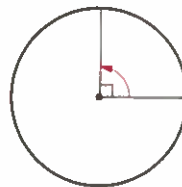
Som du nog kommer ihåg mäter man vinklar i enheten grader.



Ett helt varv = 360°



Ett halvt varv = 180°



Ett fjärdedels varv = 90°

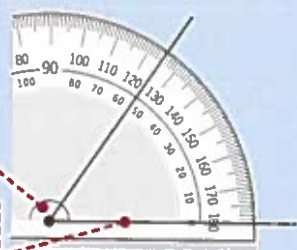


En spetsig vinkel är mindre än 90°



En trubbig vinkel är större än 90° , men mindre än 180°

Ex. Hur många grader är vinkeln?



Mittpunkten

linjen genom 0°

Lägg gradskivan så att spetsen av vinkeln ligger i mittpunkten. Vinkelns nedre ben ska följa linjen genom 0° .



Nu kan vi avläsa var det övre benet skär gradskivan.

Vi läser på den inre skalan eftersom den börjar med noll.

Vinkeln är 55° .

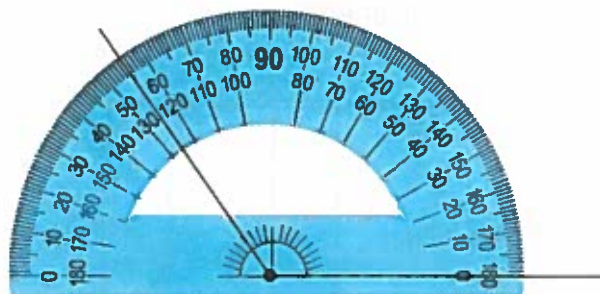
Uppgifter

656 Hur många grader är vinklarna?

a) Vinkeln = _____

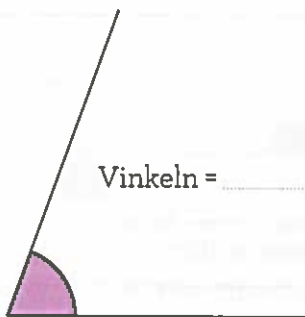


b) Vinkeln = _____

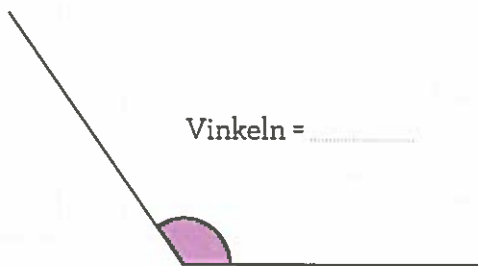


657 Mät vinklarnas storlek med en gradskiva.

a) Vinkeln = _____



b) Vinkeln = _____



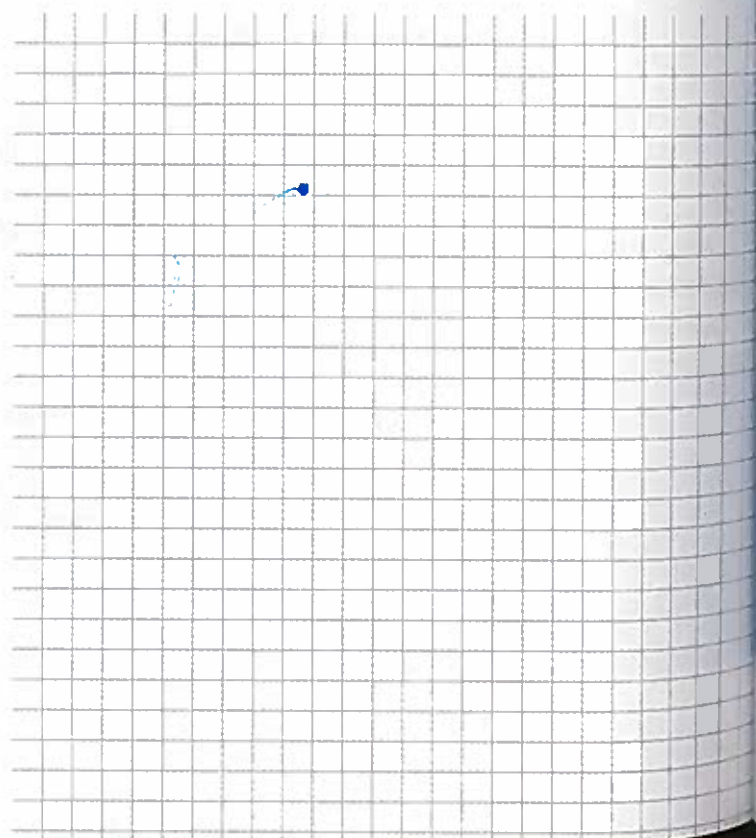
658 En snowboardåkare gör ett hopp.
Han kallar det för 360-hopp.

Vad tror du att han menar med det?

659 Anita ser skylten på ett kafé.

a) Hur stor del av pajen får hon?

b) Vad kostar hela pajen?



Triangelns vinkelsumma

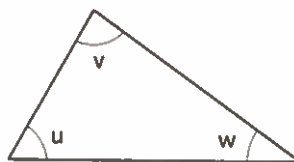
En triangel har tre vinklar.

Om man lägger ihop triangelns vinklar

blir summan alltid 180° .

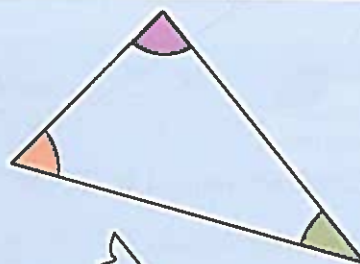
Triangelns vinkelsumma

$$v + u + w = 180^\circ$$



Ex. Nu testar vi om det här stämmer.

Vi ritar en triangel som kan se ut hur som helst.



Testa gärna själv med en egen triangel.

Nu river vi loss hörnen.

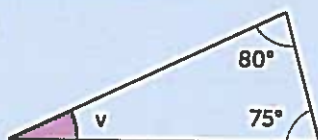


Om vi ritar en rak linje och lägger ut vinklarna ser vi att de tillsammans är 180° .



Ex. Räkna ut vinkeln v .

a)



b)



- a) Alla vinklar tillsammans är 180° .
Om vi subtraherar de två vinklar vi vet
får vi reda på den okända vinkeln

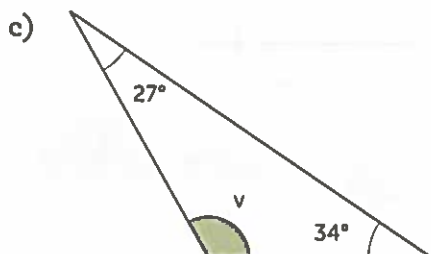
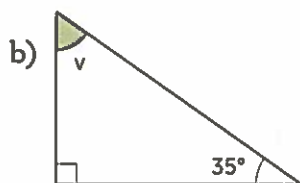
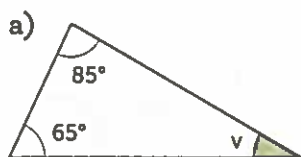
$$180 - 80 - 75 = 25 \quad v = 25^\circ$$

- b) En vinkel är rät, alltså 90° .

$$180 - 40 - 90 = 50 \quad v = 50^\circ$$

Uppgifter

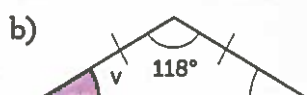
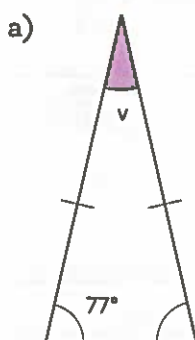
660 Räkna ut vinkeln v .



661 Två av vinklarna i en triangel är 38° och 75° .

Hur stor är den tredje vinkeln?

662 Hur stor är vinkeln v ?



Triangelarna är likbenta.
Vad vet vi om basvinklarna då?

663 Lilit och Ivan tränar på vinklar.
De står mittemot varandra.
Lilit säger åt Ivan att snurra 900° åt höger.

Hur kommer de att stå
efter att Ivan snurrat klart?



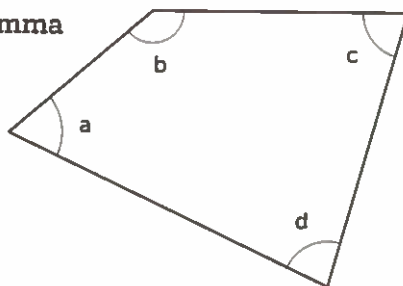
Fyrhörningens vinkelsumma

En fyrhörning har fyra vinklar.

Om man lägger ihop fyrhörningens vinklar är summan alltid 360° .

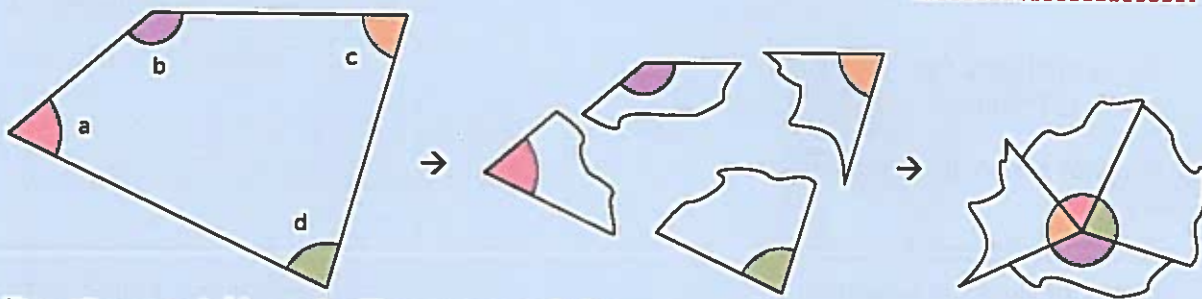
Fyrhörningens vinkelsumma

$$a + b + c + d = 360^\circ$$



Ex. På samma sätt som vi gjorde med triangelns vinklar kan vi testa om fyrhörningens vinkelsumma är 360° , alltså ett helt varv.

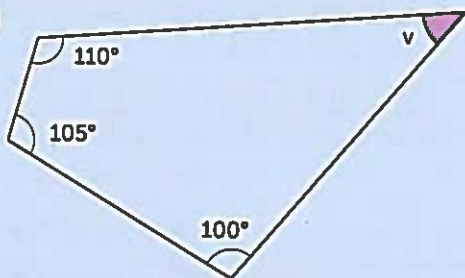
Testa gärna själv med en egen fyrhörning.



Det stämmer, vinklarna är tillsammans ett helt varv.

Ex. Räkna ut vinkeln v .

a)



- a) Alla vinklarna är tillsammans 360° .
Om vi subtraherar de tre vinklar vi vet får vi reda på den okända vinkeln.

$$360 - 110 - 105 - 100 = 45 \quad v = 45^\circ$$

- b) Två vinklar är räta, alltså 90° .

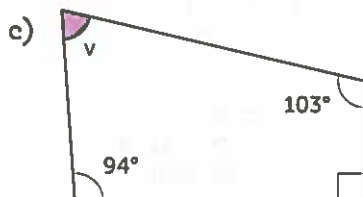
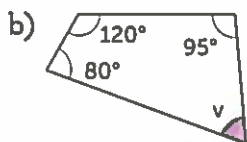
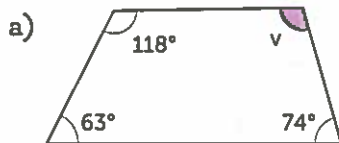
$$360 - 90 - 90 - 72 = 108 \quad v = 108^\circ$$

b)



Uppgifter

664 Räkna ut vinkeln v .



665 Tre av vinklarna i en fyrhörning är 43° , 127° och 88° .

Hur stor är den fjärde vinkeln?

666 I ett parallelogram är vinklarna mittemot varandra lika stora.

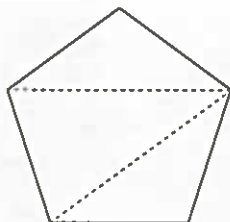


a) Hur stor är vinkeln v ?

b) Hur stor är vinkeln w ?

c) Summan av v och w är 180° .
Varför är det så?

667 Använd figuren för att klura ut vinkelsumman i en femhörning.



Skala

I vår vardag möter vi ofta saker som är förminskade eller förstorade. När vi läser en karta ser vi en förminskning av verkligheten. Om vi använder ett mikroskop förstorar vi det vi tittar på. När vi jobbar med skala är det viktigt att hålla reda på vad som är verkligheten och vad som är modellen.

Förminskning

Man säger ett till fem.

1:5 betyder att man har förminskat verkligheten 5 gånger. Modellen är alltså 5 gånger mindre än verkligheten.

Ex. En ponny är 150 cm hög. Leksaken är gjord i skala 1:15.

Hur hög är leksaken?

Skala 1:15 innebär att leksaksponnyn är 15 gånger mindre än den riktiga ponnyn.

$$\frac{150}{15} = 10 \text{ cm}$$

Leksaken är 10 cm hög.



Ex. Nyckelringen med Eiffeltornet är 6 cm hög. Den är gjord i skala 1:5 400.

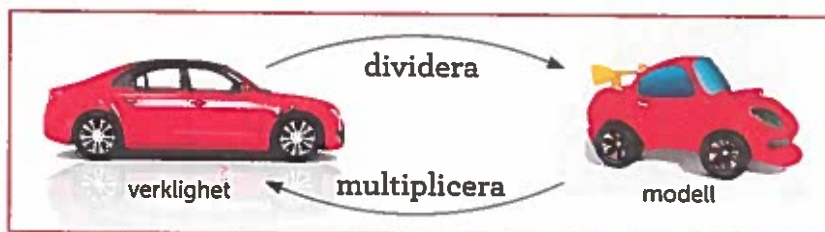
Hur högt är Eiffeltornet i verkligheten?

Modellen är förminskad 5 400 gånger. Vi vill ta reda på den verkliga storleken.

$$6 \cdot 5\,400 = 32\,400 \text{ cm}$$

$$32\,400 \text{ cm} = 324 \text{ m}$$

Eiffeltornet är 324 m högt.



Om skalan börjar med en etta är det frågan om en förminskning.

Uppgifter

668 Vad betyder skalan?

a) 1:10

b) 1:10 000

c) 1:1

669 Otto är 180 cm lång.
Han ska rita en bild av sig själv
i skala 1:10.

a) Vad betyder skala 1:10?

b) Ska han multiplicera eller dividera med 10?

c) Vad blir hans längd på bilden?

670 På en karta är det 6,5 cm mellan två byar.



Kartan är ritad i skala 1:1 000 000.

Hur långt är det mellan byarna i verkligheten?
Svara i km.

671 Alice är 165 cm lång.
På ett foto är hon 5 cm lång.

a) Hur många gånger längre är hon i verkligheten?

b) Vad är skalan på fotot?

672 Kartan är gjord
i skala 1:11 600 000.
Det är 4 cm från Östersund
till Stockholm på kartan.

Hur långt är det
i verkligheten?
Svara i km.



Förstoring

Man säger
fem till ett.

- 5:1 betyder att man har förstorat verkligheten 5 gånger. Modellen är alltså 5 gånger större än verkligheten.

Ex. Spindeln är 4 cm lång i verkligheten.
Leksaken är gjord i skala 6:1.

Hur lång är leksaken?

Skala 6:1 innebär att leksaksspindeln
är 6 gånger större än den riktiga spindeln.

$$4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}$$

Leksaken är 24 cm lång.

4 cm



verklighet



modell

Ex. Statyn är 210 cm hög.
Den är gjord i skala 7:1.

Hur hög är katten i verkligheten?

Modellen är förstord 7 gånger.
Vi vill ta reda på den verkliga storleken.

$$\frac{210}{7} = 30 \text{ cm}$$

Katten är 30 cm i verkligheten.

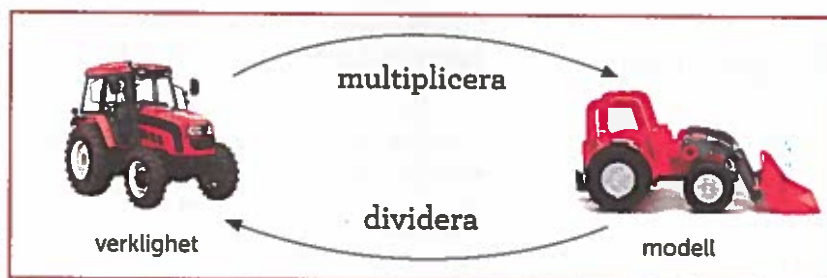
210 cm



modell



verklighet



Om skalan slutar med
en etta är det frågan
om en förstoring.

Uppgifter

673 Vad betyder skalan?

a) 8:1

b) 100:1

c) 2:1

674 En nyckelpiga är i verkligheten 7 mm lång.
På en plansch är den avbildad
i skala 25:1.



a) Vad betyder skalan 25:1?

b) Ska man multiplicera eller
dividera längden med 25?

c) Vad är nyckelpigans längd på planschen?

675 Biologiläraren har med sig en modell av ett öga.
Den är gjord i skala 12:1.
Modellen är 30 cm i diameter.

Hur stor diameter har ett öga i verkligheten?

676 Inför Världsvattendagen den 22 mars
bygger man en modell av en vattendroppe.
Man bygger den i skala 100:1.
En vattendroppe har höjden 3 mm.

Hur hög blir modellen?



677 Zara förstorar ett gem i en kopieringsapparat.
Gemet är 3 cm i verkligheten.
Kopian av gemet blir 27 cm.

Vilken skala använder Zara?

Likformighet

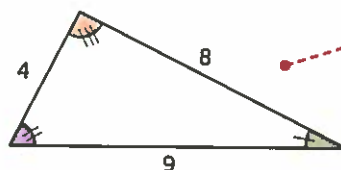
Om två figurer är likformiga har de samma form, men är olika stora.
Det finns två sätt att avgöra om två figurer är likformiga.

1. Figurer är likformiga om varje sida i den stora figuren är förstorad på samma sätt från den lilla figuren.
2. Figurer är likformiga om de har lika vinklar.

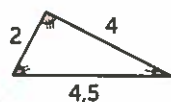
Likformighet är räkning med skala som gäller hela figurer.

Den ena figuren är en förstoring av den andra.

För att rektanglar ska vara likformiga måste punkt 1 gälla.



Alla sidor i den stora triangeln är förstorade två gånger jämfört med den lilla triangeln.



Vinklar med samma markering är lika stora.

Ex. Triangelarna är likformiga.
Hur lång är sidan x ?

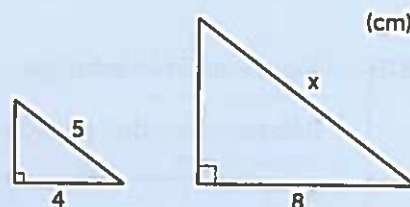
Hur många gånger större är den stora triangeln?
I båda figurerna vet vi hur lång basen är.
Vi delar den stora figuren med den lilla.

$$\frac{8}{4} = 2 \quad \text{Den stora triangeln är 2 gånger större än den lilla.}$$

Då måste x vara 2 gånger längre än 5 cm.

$$x = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}$$

Sidan x är 10 cm.



Ex. Den här sortens sötsak kallas för dammsugare.
De två dammsugarna är likformiga.
Hur bred är den lilla dammsugaren?

Vi använder längderna för att räkna ut hur många gånger större den stora är.

$$\frac{21}{7} = 3$$

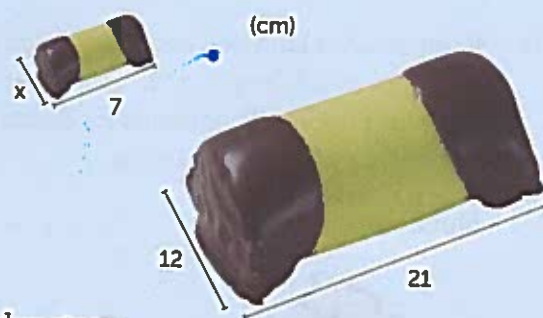
Den stora dammsugaren är 3 gånger större.

Vi kan också säga att den lilla är 3 gånger mindre än den stora.

x finns på den lilla dammsugaren, alltså är x 3 gånger mindre än 12 cm.

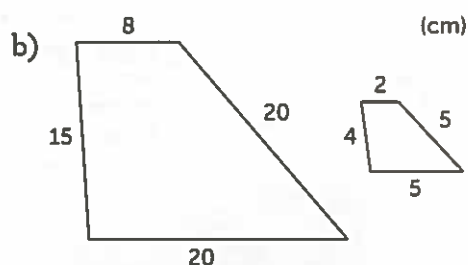
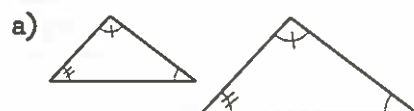
$$x = \frac{12}{3} = 4 \text{ cm}$$

Den lilla dammsugaren är 4 cm bred.

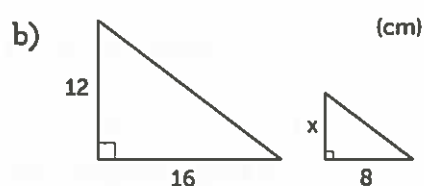
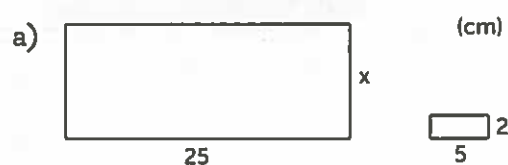


Uppgifter

- 678 Är figurerna likformiga?
Förklara hur du tänker.

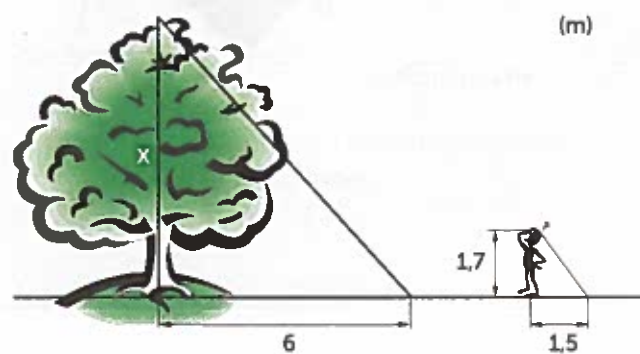


- 679 Figurerna är likformiga.
Räkna ut längden på sida x .



- 680 Ester är 1,7 m lång och hennes skugga är 1,5 m lång. Skuggan av trädet som står bredvid är 6 m lång. Ester och trädet tillsammans med sina skuggor bildar två likformiga trianglar.

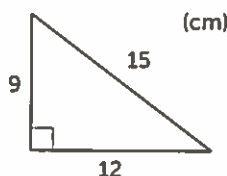
Hur högt är trädet?



Pythagoras sats

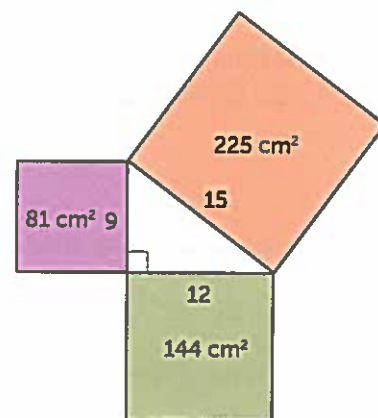
Rätvinkliga trianglar har en speciell egenskap:
Om man vet längden på två av sidorna
kan man räkna ut längden av den tredje.

Om vi kvadrerar alla sidors längder
finns det ett samband mellan dem.

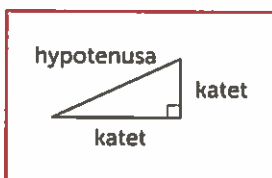


$$\left. \begin{array}{l} 9^2 = 81 \\ 12^2 = 144 \end{array} \right\} 81 + 144 = 225$$

$$15^2 = 225$$

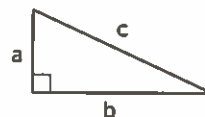


När man kvadrerar ett tal får man fram arean på en kvadrat.
Summan av de två mindre kvadraterna
är alltså lika med den största kvadraten.



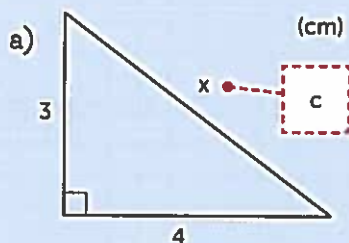
Pythagoras sats

$$a^2 + b^2 = c^2$$



c är alltid den
längsta sidan.

Ex. Vi använder Pythagoras sats för att räkna ut längden på sidan x.



$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

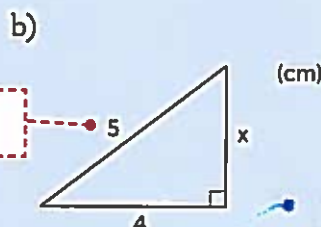
$$3^2 + 4^2 = x^2$$

$$9 + 16 = x^2$$

$$25 = x^2$$

$$x = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Här har vi en
ekvation med x^2 .
För att hitta x tar
vi roten ur 25.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$x^2 + 4^2 = 5^2$$

$$x^2 + 16 = 25$$

$$x^2 = 9$$

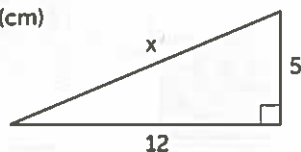
$$x = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

Vi subtraherar 16
från båda sidorna.

Uppgifter

- 681 Räkna ut längden av x .
Du får lite hjälp.

(cm)



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$5^2 + \quad = \quad$$

$$25 + \quad = \quad$$

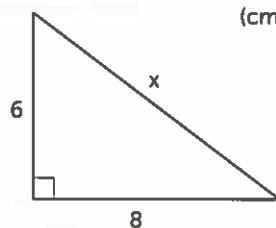
$$\quad = \quad$$

$$x = \sqrt{\quad} = \quad$$

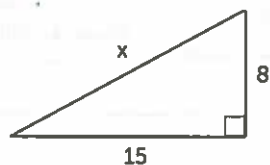
Vilken sida är c ?

- 682 Räkna ut längden av x .

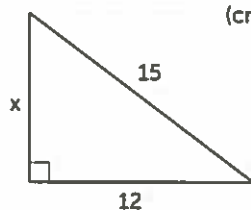
a) (cm)



b) (cm)



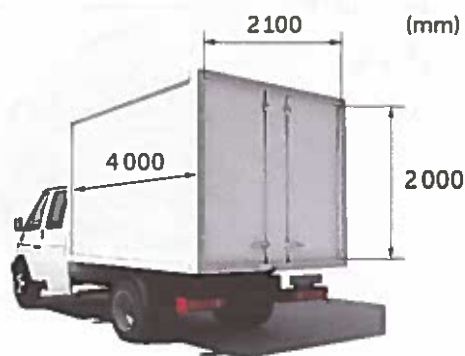
c) (cm)



- 683 Kerim har köpt en hylla.
Hyllan är 2,8 m bred.
Öppningen på bilen har måtten 2 m $\times$ 2,1 m.

Går hyllan in i bilen?

Du behöver inte tänka på hyllans djup.





Begrepp

Förklara orden. Ge gärna exempel när du använder dem.

Tvådimensionell figur:

Tredimensionell figur:

Trehörning, bas, höjd:

Fyrhörning, längd, bredd, bas, höjd:

Cirkel, radie, diameter:

Pi = π :

Omkrets, längdenhet:

Area, areaenhet:

Volym, volymenhet:

Vinkel, rät, trubbig, spetsig:

Vinkelsumma:

Skala, förminskning, förstoring:

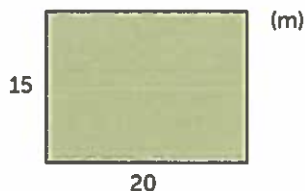
Likformiga figurer:

Pythagoras sats, katet, hypotenus:

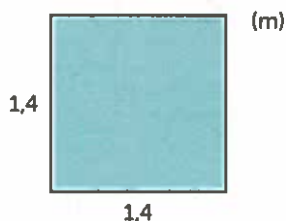
Procedur/Problemlösning

Kan du lösa de här uppgifterna?

1. Tim lägger kantsten runt en gräsmatta.
Hur långt är det runt gräsmattan?

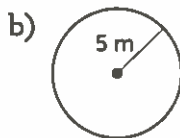
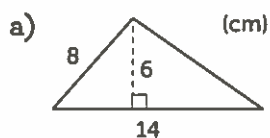


2. Kit bygger ett bord med marmorskiva.
Marmorskivan kostar 1600 kr/m².

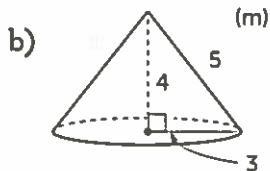
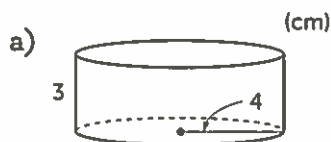


Hur mycket kostar skivan till bordet?

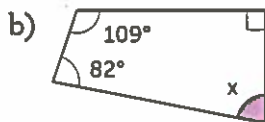
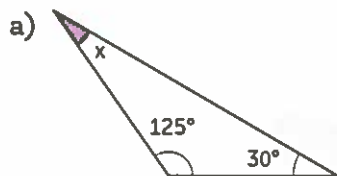
3. Räkna ut arean.



4. Räkna ut volymen.



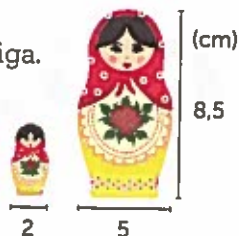
5. Räkna ut vinkeln x .



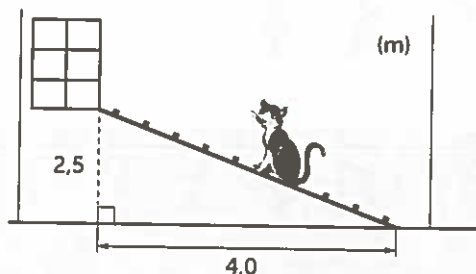
6. En karta är ritad i skala 1:100 000.
Avståndet mellan två städer på kartan är 17,5 cm.
Hur många km är avståndet i verkligheten?

7. Babushkadockorna är likformiga.

Hur hög är den lilla dockan?



8. Hur lång är kattens stege?



Kommunikation/Resonemang

Gör uppgifterna skriftligt. Sätt dig gärna sedan med din lärare och prata om dina lösningar.
Kan man lösa uppgiften på något annat sätt?

1. Anna cyklar 17 km till jobbet.
Cykeldäcken har diametern 56 cm.

Hur många varv har ett däck rullat
när hon kommer fram?

2. Du ska avbilda en figur med höjden 35 cm
i skala 2:5.
Du kan göra det i två steg:
gör först om höjden i skala 2:1
och sen i skala 1:5.

a) Blir höjden längre eller kortare?

b) Vad blev höjden?

3. Du dubblar radien på en cylinder.

Hur många gånger större blir volymen?

4. Jordens radie är 6 371 km.
Sverige är 1 572 km långt.

Hur många Sverige behöver man
för att nå runt ekvatorn?



5. En kvadrat och en cirkel har samma omkrets.

Vilken av dem har den största arean?
Räkna med egna exempel.